

# Epreuve de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

---

**Durée 4h**

**Aucun Document autorisé**

**Calculatrice autorisée**

Le sujet est composé :

- du sujet décrivant le système étudié ainsi que le travail demandé (page 2 à page 20) ;
- de documents techniques (Annexe 1 à Annexe 9)
- d'un cahier réponse.

Il est recommandé au candidat :

- de lire l'intégralité du sujet avant de commencer à composer ;
- de rappeler, sur sa copie, le numéro de la question avant d'en développer la réponse ;
- de respecter l'ensemble des notations alphabétiques et numériques du sujet ;
- de préciser ses propres notations lorsque cela s'avère nécessaire ;
- de justifier ses hypothèses et de rédiger clairement ses réponses.

Les différentes parties de ce sujet sont relativement indépendantes. Néanmoins, il est recommandé de les traiter dans l'ordre proposé afin de tenir compte des différentes remarques et des notations.

**Il est rappelé que la qualité et la propreté de la rédaction sont prises en compte**

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives



### Chariot élévateur à bateaux

Le stockage des bateaux dans des « ports à sec » offre une solution alternative à la saturation des ports de plaisance tout en limitant fortement les contraintes d'entretien et de maintenance. Les bateaux sont stockés dans des casiers et sont mis à l'eau et rangés grâce à des chariots élévateurs à bateaux. L'objet de cette étude, représenté sur la Figure 1, est l'un de ces chariots élévateurs qui assurent les opérations de « sortie de l'eau – dépose dans le casier » ou « sortie du casier – mise à l'eau ». Compte tenu du nombre important de bateaux stockés, la prestation principale doit satisfaire l'impatience des plaisanciers. Le schéma de la Figure 2 décrit cette prestation.



*Chargement du bateau*



*Mise à l'eau du bateau*

*Figure 1*

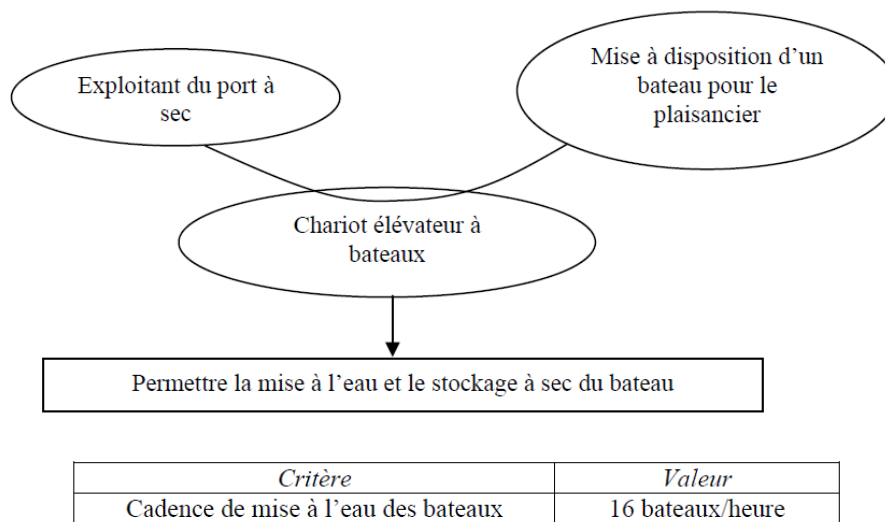


Figure 2

Ce type de chariot élévateur, représenté sur la Figure 3, permet la manutention de bateaux de 3000 kg à une hauteur de 8 m. Il est principalement constitué :

- du chariot qui assure le déplacement de l'ensemble et apporte la puissance pour la préhension et le levage ;
- du tablier, constitué du mât et des fourches, qui permet la préhension et la dépose du bateau.



Figure 3

Le trajet du chariot, représenté sur la Figure 4, est imposé par la disposition des casiers par rapport au quai de mise à l'eau. Afin d'optimiser la fréquence de mise à l'eau des bateaux, tout en garantissant les conditions de sécurité, il est nécessaire d'optimiser le temps de déplacement du chariot en ligne droite, en virage ou en freinage. Le principal danger auquel est confronté le conducteur est le basculement du chariot.

L'objectif de l'étude est de valider les fonctions techniques caractérisant la spécificité du tablier et de mettre en évidence la nécessité des dispositifs de sécurité qui permettent au chariot d'assurer une cadence optimale dans les phases de vie considérées, en lui permettant de se déplacer à des vitesses élevées.

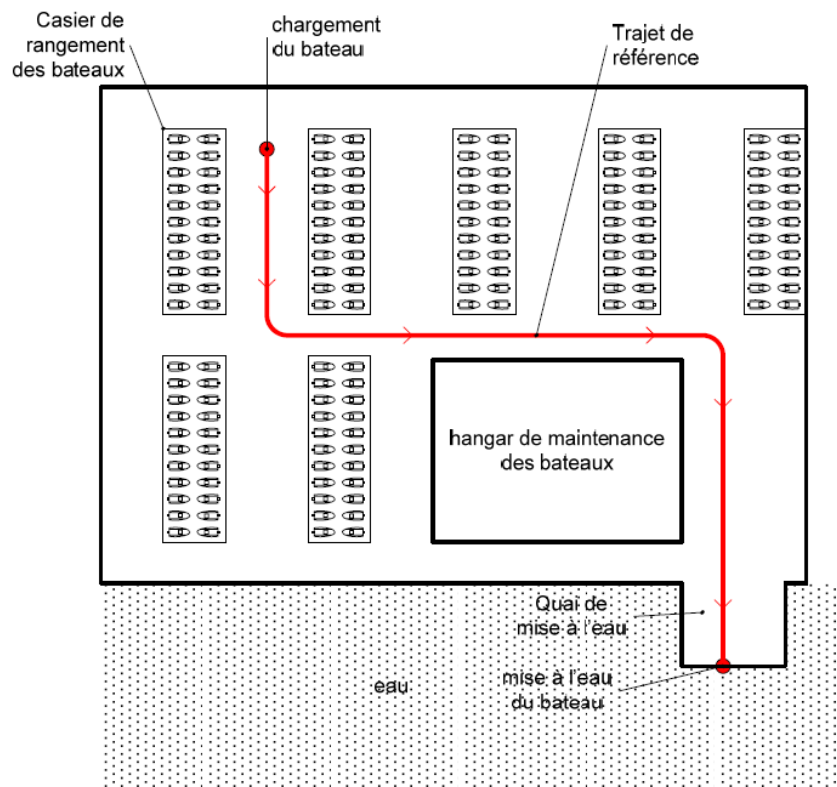


Figure 4

L'étude comprend deux parties :

- la partie I a pour objet l'analyse de la préhension et de la dépose du bateau ;
- la partie II a pour objet l'analyse de la stabilité du chariot élévateur lors de la phase de déplacement et la validation de la cadence de mise à l'eau des bateaux.

Une partie du cahier des charges, pour un regroupement des phases de vie « chargement –déplacement– mise à l'eau du bateau » est donnée par la Figure 5.

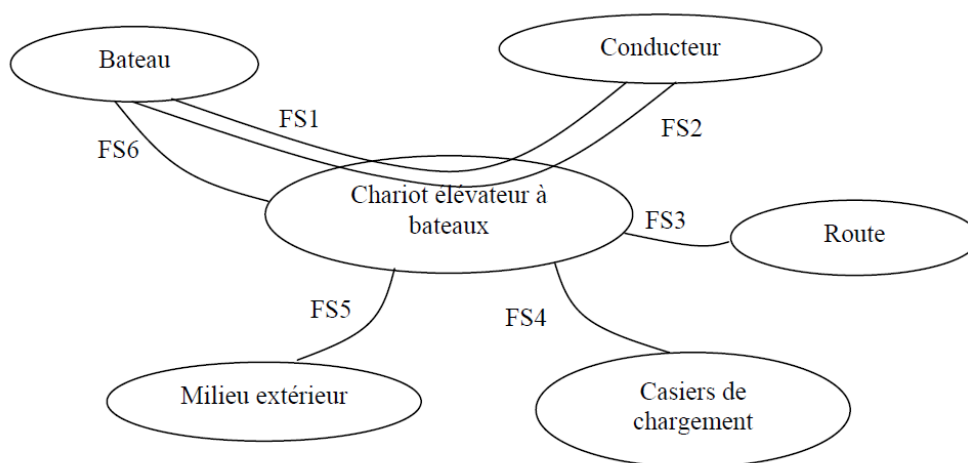


Figure 5

FS1 : Permettre au conducteur de charger et décharger le bateau en toute sécurité

FS2 : Permettre au conducteur de déplacer le bateau en toute sécurité

FS3 : S'adapter à la route

FS4 : Atteindre tous les casiers de chargement

FS5 : S'adapter au milieu marin

FS6 : S'adapter au bateau

<i>Caractérisation partielle du système étudié</i>		
<i>Nom</i>	<i>Critère</i>	<i>Valeur</i>
Chariot élévateur à bateaux	Masse	10000 kg
	Puissance du moteur	220 kW

La caractérisation des fonctions de service (Notée « FS ») est détaillée dans la suite du sujet.

## Partie 1 : Validation des critères de la fonction FS1

L'objet de cette partie est de valider les critères des fonctions FS1 et FS3 et l'aptitude du tablier à remplir toutes les fonctions techniques concernant la préhension et la dépose du bateau. L'ANNEXE 1 présente les mouvements possibles du tablier qui permettent d'assurer la préhension du bateau. Un diagramme décrivant la fonction de service FS1 est donné en ANNEXE 2. **Un schéma cinématique du tablier est disponible en ANNEXE 3.** La caractérisation partielle des fonctions FS1 et FS3 est donnée sur la Figure 6.

<i>Caractérisation partielle de la Fonction de Service FS1</i>			
<i>Qualification</i>	<i>Critère</i>		<i>Valeur</i>
Permettre au conducteur de charger et décharger le bateau en toute sécurité	C101	Vitesse de levage à vide	0,38 m/s
	C102	Vitesse de levage en charge	0,33 m/s
	C103	Temps de mise en action <sup>1</sup>	0,4 s
	C104	Hauteur de levage	8 m
	C105	Charge maximale	3000 kg
	C106	Effort exercé par les fourches sur la coque du bateau	<15000 N
	C107	Vitesse angulaire de la fourche T8 lors de la phase de fermeture	Norme de la vitesse : <0,2 rad/s
	C108	Positions angulaires extrêmes de la fourche droite T8	Valeur de $\theta_1$ Fermée : 0° Ouverte : 30°
	C109	Temps d'ouverture (fermeture) entre les deux positions extrêmes de la fourche droite	5 s
	C110	Ouverture angulaire identique pour les deux fourches	Flexibilité à définir
<i>Caractérisation partielle de la Fonction de Service FS3</i>			
<i>Qualification</i>	<i>Critère</i>		<i>Valeur</i>
S'adapter à la route	C301	Asservissement de l'inclinaison des fourches par rapport à l'horizontale à une valeur constante	Précisé dans la suite du sujet
	C302	Amplitude de l'angle de basculement	$\pm 10^\circ$

Figure 6

1

### I-1-Phase d'ouverture des fourches

<sup>1</sup> Temps nécessaire pour atteindre la vitesse nominale de levage

L'analyse qui suit porte sur le mécanisme d'ouverture des fourches constitué des pièces T6, T7, T8, T9, T10 et T11. Le chariot est immobile, les mécanismes de basculement, de levage et de déplacement latéral du tablier sont inactifs.

La sortie de la tige du vérin T11 entraîne la rotation de la fourche droite T8 autour de l'axe  $(C, \vec{x}_{T8})$ . Le mouvement d'ouverture est transmis par l'intermédiaire de la barre de renvoi T9 à la fourche gauche T7 qui est entraînée en rotation autour de l'axe  $(F, \vec{x}_{T6})$ . On obtient ainsi le mouvement d'ouverture des fourches.

Le repère  $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est un référentiel galiléen, lié à la route.  $\vec{z}_0$  est vertical ascendant.

$R_{T6}(F, \vec{x}_{T6}, \vec{y}_{T6}, \vec{z}_{T6})$  est un repère, supposé galiléen dans les conditions de l'étude, lié à la pièce T6 de masse  $m_{T6}$ .

$R_{T7}(G_{T7}, \vec{x}_{T7}, \vec{y}_{T7}, \vec{z}_{T7})$  est un repère lié à la fourche gauche T7 de masse  $m_{T7}$ .  $G_{T7}$  est le centre de gravité du solide T7,  $\vec{x}_{T6} = \vec{x}_{T7}$  et  $(\vec{y}_{T6}, \vec{y}_{T7}) = (\vec{z}_{T6}, \vec{z}_{T7}) = \theta_2$ .

$R_{T8}(G_{T8}, \vec{x}_{T8}, \vec{y}_{T8}, \vec{z}_{T8})$  est un repère lié à la fourche droite T8 de masse  $m_{T8}$ .  $G_{T8}$  est le centre de gravité du solide T8,  $\vec{x}_{T6} = \vec{x}_{T8}$  et  $(\vec{y}_{T6}, \vec{y}_{T8}) = (\vec{z}_{T6}, \vec{z}_{T8}) = \theta_1$ .

$R_{T9}(D, \vec{x}_{T9}, \vec{y}_{T9}, \vec{z}_{T9})$  est un repère lié à la barre de renvoi T9,  $\vec{x}_{T6} = \vec{x}_{T9}$  et  $(\vec{y}_{T6}, \vec{y}_{T9}) = (\vec{z}_{T6}, \vec{z}_{T8}) = \theta_4$ . La masse du solide T9 sera négligée.

$R_{T10}(A, \vec{x}_{T10}, \vec{y}_{T10}, \vec{z}_{T10})$  est un repère lié au corps du vérin T10,  $\vec{x}_{T6} = \vec{x}_{T10}$  et  $(\vec{y}_{T6}, \vec{y}_{T10}) = (\vec{z}_{T6}, \vec{z}_{T10}) = \theta_3$ , la position relative des solides T10 et T11 est donnée par  $\vec{BA} = \mu \cdot \vec{z}_{T10}$ . Les masses des solides T10 et T11 seront négligées.

Pour la suite de l'étude, le basculement est en position neutre, les mâts inférieur T3 et supérieur T4 ainsi que le vecteur  $\vec{z}_{T6}$  sont donc verticaux.

**Q.1 : Ecrire, sans les projeter, les 2 équations vectorielles qui établissent les relations entre les paramètres  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  et  $\mu$**

**Q.2 : Justifier le choix d'un unique actionneur pour commander le mécanisme d'ouverture.**

La position de référence du mécanisme est définie telle que à  $t=0s$  :  $\theta_1(0) = 0^\circ, \theta_2(0) = 0^\circ$  et  $\mu(0) = 777mm$

**Q.3 : Dans ces conditions, donner l'expression de la longueur  $f$  de la barre de renvoi permettant de valider la position de référence en fonction de  $a, b, c, d$  et  $e$ .**

Les courbes en ANNEXE 4 donnent l'évolution des différents paramètres en fonction du temps pour un cycle d'ouverture. L'instant initial de la simulation correspond à la position de référence.

On admet que la distance  $c_{\text{vérin}}$  est la distance parcourue par la tige du vérin par rapport au corps du vérin. On considère que  $c_{\text{vérin}}=0$  correspond à la position de référence du mécanisme.

**Q.4 : En analysant ces courbes, donner la valeur de la course du vérin  $c_{\text{vérin}}$  permettant de valider le critère C108. Le critère C109 est-il validé ? Justifier.**

La barre de renvoi T9 transmet le mouvement de la fourche droite à la fourche gauche. Le fonctionnement idéal du mécanisme devrait permettre une ouverture rigoureusement identique des deux fourches durant le cycle d'ouverture.



**Q.5 : Ecrire la relation entre  $\theta_1$  et  $\theta_2$  qui assure une ouverture angulaire identique des deux fourches. Le critère C110 est-il validé ? Justifier.**

Le choix du vérin d'ouverture T10-T11 nécessite une étude préalable des efforts développés par l'actionneur durant la phase d'ouverture. Compte tenu des faibles accélérations des différents solides, les effets dynamiques seront négligés.

Le torseur modélisant l'action mécanique du solide  $T_i$  sur le solide  $T_j$  est noté :

$$\{T_{T_i \rightarrow T_j}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}(T_i \rightarrow T_j) \\ \vec{M}_M(T_i \rightarrow T_j) \end{matrix} \right\}_M = \left\{ \begin{matrix} X_{T_i \rightarrow T_j} & L_{T_i \rightarrow T_j} \\ Y_{T_i \rightarrow T_j} & M_{T_i \rightarrow T_j} \\ Z_{T_i \rightarrow T_j} & N_{T_i \rightarrow T_j} \end{matrix} \right\}_{M, R_{T_k}}$$

**Q.6 : Effectuer le graphe d'analyse de la chaîne de solides suivante  $\{T_6, T_7, T_8, T_9, T_{10}, T_{11}, \text{bateau B}\}$**

**Q.7 : Exprimer les torseurs des différentes Actions Mécaniques du graphe d'analyse. Simplifier les au maximum en les exprimant dans les bases adéquates et en remarquant les particularités d'équilibre de certains solides ou systèmes de solides.**

**Q.8 : En analysant la chaîne de solides  $\{T_6, T_7, T_8, T_9, T_{10}, T_{11}\}$ , montrer qu'il est possible de déterminer le torseur  $\{T_{T_{11} \rightarrow T_8}\}$  représentant l'action mécanique exercée par le vérin T11 sur la fourche T8. Les différentes étapes de l'analyse seront détaillées. Le calcul des éléments de réduction de  $\{T_{T_{11} \rightarrow T_8}\}$  n'est pas demandé.**

La courbe Figure 7 donne l'évolution de la résultante  $\vec{R}(T_{11} \rightarrow T_8)$  en fonction de la course  $c_{\text{vérin}}$  du vérin T10-T11.

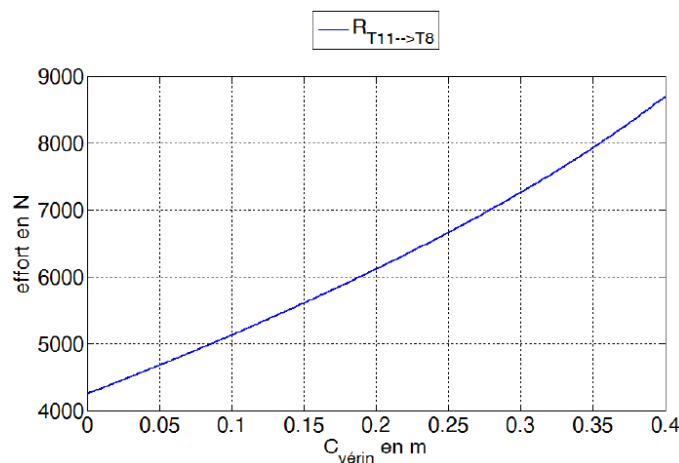


Figure 7

**Q.9 : Quelle est la valeur de  $\|\vec{R}(T_{11} \rightarrow T_8)\|$  à retenir pour le dimensionnement du vérin T10-T11 dans le cas d'une amplitude d'ouverture conforme à celle préconisée par le cahier des charges.**

**I-2-Phase de fermeture des fourches**

Lors de la phase de fermeture, il est nécessaire de limiter la vitesse des fourches afin de permettre au conducteur de contrôler leurs positions et de limiter la vitesse d'impact en cas de contact avec la coque du

bateau. Il faut également limiter l'effort de serrage des fourches sur le bateau en cas de mauvaise manipulation du conducteur (les fourches doivent normalement passer sous la coque du bateau).

Un régulateur de débit proportionnel<sup>3</sup> et un limiteur de pression sont installés dans le circuit hydraulique d'alimentation du vérin afin de garantir ces conditions de fonctionnement.

**Q.10 :** A partir d'une condition de fermeture géométrique qui sera explicitée, déterminer la relation suivante entre  $\theta_1$  et  $\mu$  :  $\Rightarrow \mu^2 = (i - g.\cos(\theta_1) - h.\sin(\theta_1))^2 + (h.\cos(\theta_1) - g.\sin(\theta_1) - j)^2$

**Q.11 :** Exprimer alors  $\dot{\theta}_1(t) = \frac{d\theta_1(t)}{dt}$  en fonction de  $\theta_1, \mu, \dot{\mu}$  et des paramètres géométriques.

L'exploitation de la relation établie nous permet de tracer le réseau de courbes de la Figure 8 qui donne la variation de  $\frac{d\theta_1(t)}{dt}$  pour différentes valeurs de  $\dot{\mu}$  (vitesse de rentrée de la tige du vérin T10-T11). Les valeurs de  $\dot{\mu}$  considérées sont : 0,05 m/s, 0,1 m/s, 0,15 m/s et 0,2 m/s.

Pour chaque courbe, la position de départ correspond aux fourches complètement ouvertes et la position de fin correspond à la position de référence.

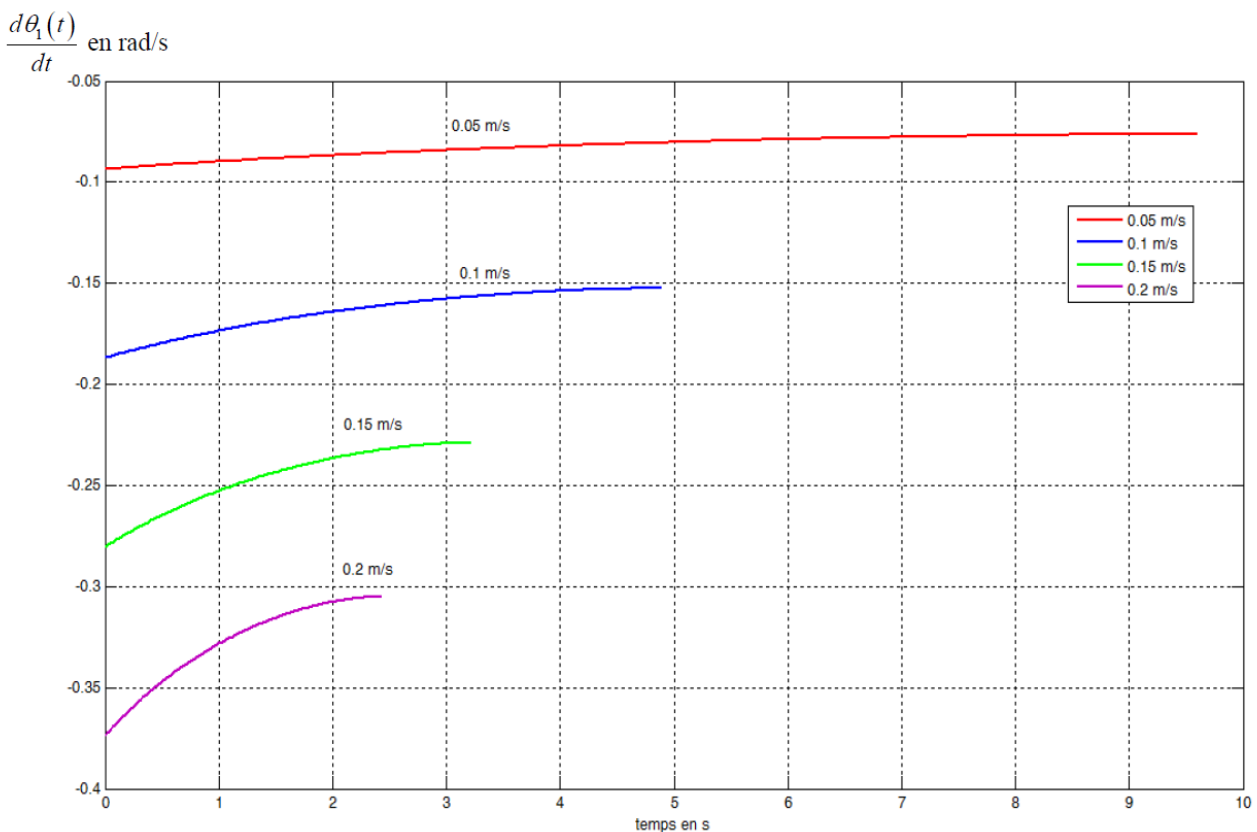


Figure 8

La section de la chambre du vérin T10-T11 est  $S_{vérin} = 1,3 * 10^{-3} m^2$

**Q.12 :** Quelle doit être la valeur de réglage de la consigne du régulateur de débit proportionnel permettant d'assurer la validation simultanée des critères C107 et C109 ? Le raisonnement ne prendra en compte que les 4 valeurs de proposées Figure 8.

<sup>3</sup> Un régulateur de débit proportionnel permet de réguler un débit de consigne indépendamment de la charge et de la pression d'utilisation.



**Q13 : On suppose que l'effort de dimensionnement du vérin est de 7200N, en déduire la valeur de la pression d'utilisation du fluide hydraulique. S'agit-il d'une valeur mini ou maxi ?**

**I-3-Phase de levage**

Dans cette partie, on considère que le chariot est à l'arrêt et que le levage est le seul mouvement actif. Le modèle retenu pour cette étude est le schéma de principe de la Figure 9. En raison de la symétrie du tablier par rapport à son plan médian vertical, le modèle d'étude peut se ramener à un système comprenant un seul vérin, une seule chaîne et une seule poulie.

L'actionneur est un vérin hydraulique dont le corps est en liaison encastrement avec le mât inférieur. La tige est solidaire du mât supérieur. Le levage de l'ensemble  $S = \{T_5, T_6, T_7, T_8, T_9, T_{10}, T_{11}\}$  est obtenu à l'aide d'une chaîne présentant un point d'ancrage sur le mât inférieur et un point d'ancrage sur l'ensemble S. Cette chaîne roule sans glisser sur le pignon T12 qui est en liaison pivot par rapport au mât supérieur.

Le bateau étant à l'arrêt en position basse, le conducteur actionne le levage du bateau.

L'effort de poussée fourni par le vérin est  $F_V$  (considéré comme constant).

On note  $I_{T12}$  le moment d'inertie de la poulie T12 par rapport à son axe de rotation,  $R_{T12}$  son rayon. Sa masse est négligée.

Les masses des différents solides sont rappelées dans le tableau ci-dessous :

solide	masse
ensemble (S)	$m_S$
bateau (B)	$m_B$
mât inférieur (T3)	$m_{T3}$
mât supérieur (T4)	$m_{T4}$
chaîne (C)	masse négligée

Les liaisons sont parfaites.

Le repère  $R_{T3}$  peut être considéré comme un référentiel galiléen pour les conditions de l'étude. Les axes  $\vec{z}_{T3}$  et  $\vec{z}_0$  sont confondus pour les conditions de l'étude.

L'étude de cette partie sera traitée avec le schéma cinématique la figure 9. On donne les caractéristiques géométriques suivantes pour l'étude cinématique :

$$\vec{OH} = \delta(t) \cdot \vec{z}_{T3}; \vec{OJ} = l_3 \cdot \vec{x}_{T3}; \vec{ON} = 2l_3 \cdot \vec{x}_{T3}; \vec{OJ} = l_3 \cdot \vec{x}_{T3}; \vec{OM} \cdot \vec{z}_{T3} = h_s(t); \vec{JI} = h_4(t) \cdot \vec{z}_{T3};$$

**Q14 : Calculer la longueur L de la chaîne en fonction des différents paramètres**

**Q15 : En déduire le vecteur vitesse  $\vec{V}_{(GB \in B/0)}$  du bateau / sol et le vecteur vitesse de sortie de tige du vérin  $\vec{V}_{(H \in T4/0)}$  en fonction des différents paramètres.**

**Q16 : Déterminer la vitesse de sortie de tige du vérin afin que le critère C102 soit vérifié.**



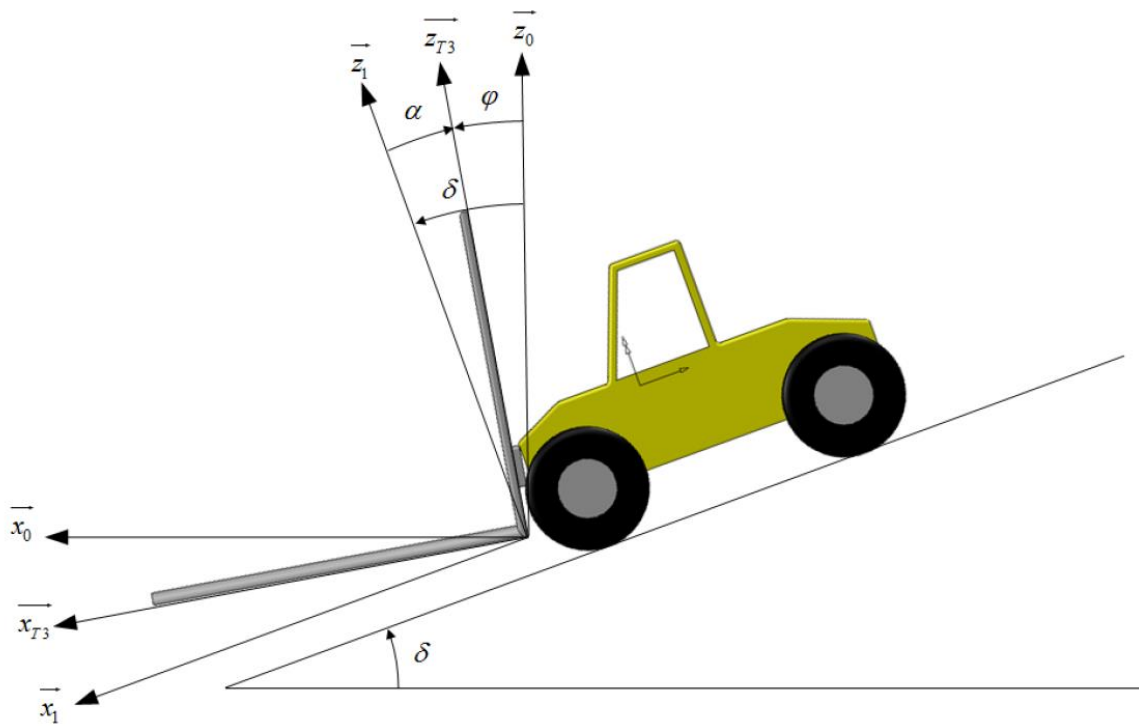


Figure 10

Les performances attendues de l’asservissement sont données sur la Figure 11.

<i>Performances attendues de l’asservissement</i>	<i>Valeurs</i>
Précision	Ecart statique nul
Rapidité	$T_{r5\%} < 0,9 \text{ s}$
Amortissement	Pas de dépassement
Stabilité	Marge de phase : $35^\circ$ Marge de gain : 10 dB

Figure 11

Le mouvement de basculement est obtenu à l’aide de deux vérins. Compte tenu des considérations de symétrie, l’étude de l’asservissement sera ramenée à l’étude d’un seul vérin et d’une seule servovalve.

Le schéma bloc du modèle retenu est représenté sur la Figure 12, il est constitué de :

- un correcteur dont les caractéristiques seront définies dans la suite du sujet ;
- un convertisseur qui génère le courant  $\mathbf{i}(t)$  à partir de la tension de commande  $\mathbf{u}_c(t)$  obtenue en sortie ;
- une servovalve qui délivre un débit volumique d’huile  $\mathbf{q}_v(t)$  que l’on souhaite proportionnel au courant d’entrée  $\mathbf{i}(t)$ ;
- un vérin hydraulique ;
- un inclinomètre monté sur le chariot qui indique l’inclinaison du chariot par rapport à l’horizontale  $\delta(t) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$  (inclinaison de la pente sur laquelle circule le chariot) ;
- un capteur angulaire qui indique l’angle de rotation entre les fourches et le chariot  $\alpha(t) = (\vec{z}_1, \vec{z}_{T3})$  ;

- un accéléromètre monté sur le chariot qui indique la décélération  $\Gamma_{dec}(t)$ . du chariot lors des phases de freinage. Cette information permet, à partir d'un générateur de consigne, d'élaborer la consigne  $\varphi_{dec}$  qui représente l'angle de basculement arrière à imposer aux fourches afin de limiter les risques de glissement du bateau lors de la décélération ;
- $\varphi(t) = (\vec{z}_0, \vec{z}_{T3}) = \alpha(t) + \delta(t)$  est la grandeur qui sera asservie selon le schéma bloc de la Figure 12.

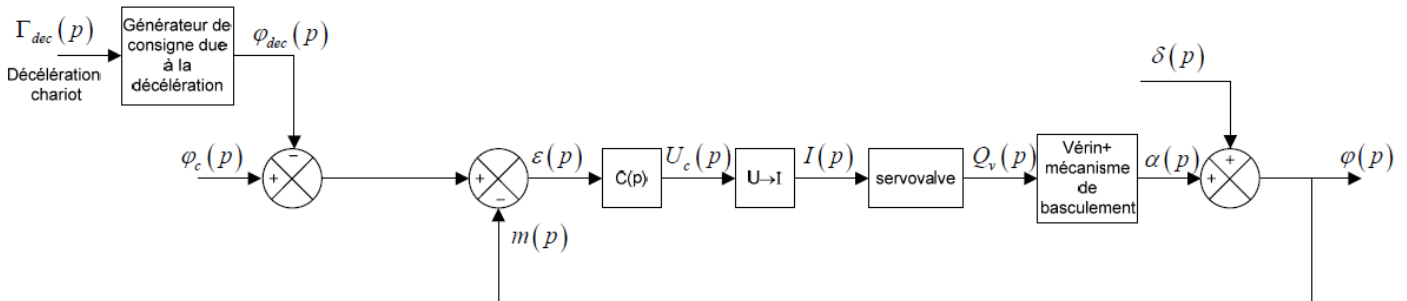
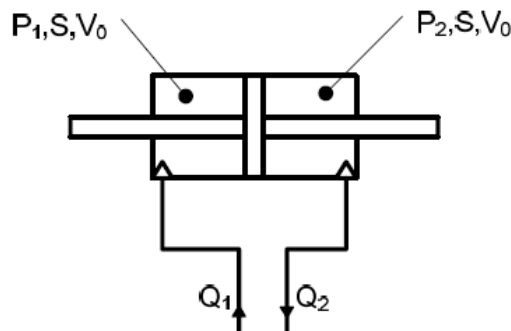


Figure 12

**Q17 :** Quand le chariot circule à vitesse constante, quelle est la valeur de l'angle  $\varphi(t)$  qui permet d'assurer le maintien de l'horizontalité des fourches ? Justifier.

**I-4-1-Modèle de connaissance du comportement dynamique du vérin**



- $\lambda(t)$  : déplacement de la tige du vérin par rapport à la position neutre (mât du tablier vertical)
- $p(t)$  : différence de pression entre la chambre 1 et la chambre 2
- $Q(t)$  : débit entraînant le déplacement de la tige du vérin
- $S$  : section utile du vérin
- $V_0$  : volume des chambres 1 et 2 quand la tige du vérin est en position neutre
- $B$  : module de compressibilité du fluide

On admet la relation suivante qui lie  $Q(t)$  et  $p(t)$ :

$$Q(t) = S \cdot \frac{d\lambda(t)}{dt} + \frac{V_0}{2B} \cdot \frac{dp(t)}{dt}$$

**I-4-2-Modèle de connaissance du comportement dynamique des fourches**

Nous considérons dans cette partie que le seul mouvement actif est le basculement.

L'objectif est d'obtenir un modèle dynamique du mécanisme de basculement à partir de la modélisation plane proposée sur la Figure 13.

Les solides pris en compte pour l'étude sont :

- l'ensemble  $S_2 = \{T_3, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8, T_9, T_{10}, T_{11}, B\}$  en liaison pivot d'axe  $(O_1, \vec{y}_0)$  par rapport au chariot 1 de centre de gravité  $G_{S_2}$ . On notera sa masse  $m_{S_2}$ . La liaison pivot entre l'ensemble  $S_2$  et le chariot génère un couple résistant  $\vec{C}_\mu = -\mu \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_0$

$$\vec{O_1 G_{S_2}} = \begin{pmatrix} x_{G_{S_2}} \\ 0 \\ z_{G_{S_2}} \end{pmatrix}_{R_{T_3}}$$

- un vérin équivalent  $V = \{T_1, T_2\}$  dont la tige est en liaison pivot d'axe  $(A_1, \vec{y}_0)$  par rapport au chariot 1 et le corps en liaison pivot d'axe  $(B_1, \vec{y}_0)$  par rapport à l'ensemble. La masse et l'inertie du vérin sont négligées. Le vérin développe un effort au cours du mouvement qui sera noté  $\vec{F}_V = p(t) \cdot S \cdot \vec{z}_{T_2}$  où  $p(t)$  est la différence de pression entre les deux chambres du vérin.

On pose  $\vec{A_1 B_1} = (\lambda_0 + \lambda(t)) \cdot \vec{z}_{T_2}$

Le paramétrage est tel que si  $\alpha = 0$  alors  $\lambda = 0$ .

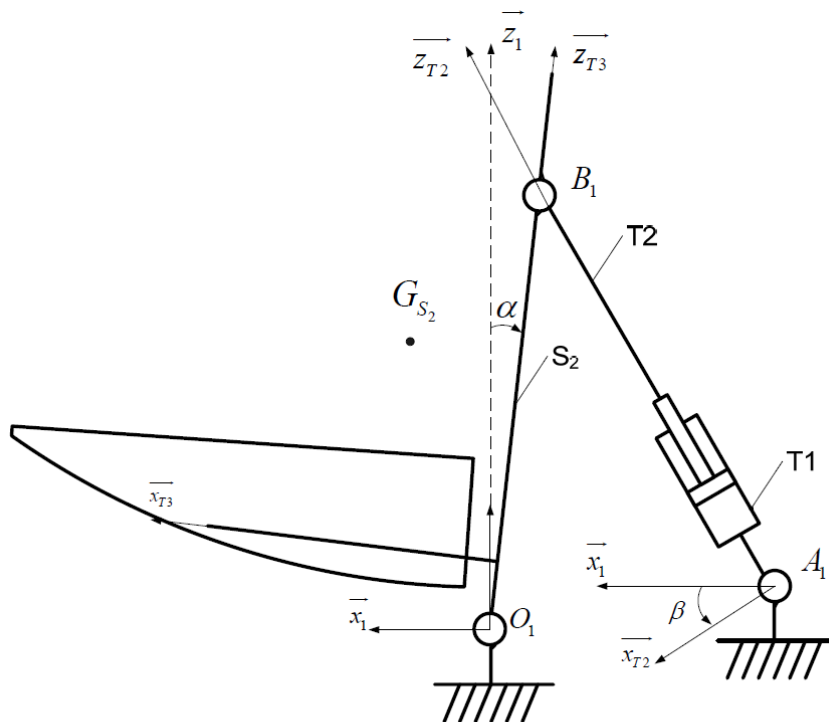


Figure 13

**Q18 : Quel est le phénomène physique à l'origine du couple résistant  $\vec{C}_\mu$  ?**

Afin de standardiser au maximum les solutions constructives choisies pour le chariot, on se propose de prendre pour les vérins  $V = \{T_1, T_2\}$  et  $V' = \{T'_1, T'_2\}$  le même vérin que celui qui permet l'ouverture des fourches  $V = \{T_{10}, T_{11}\}$ . On rappelle que ce vérin permet de supporter au maximum une charge de 7200 N ce qui conduit à soulever une masse totale de 4200 kg.

**Q19 : Discuter de la pertinence du choix technologique effectué en standardisant les composants.**

Une simulation a permis de tracer la courbe qui donne  $\alpha(t)$  en fonction de  $\lambda(t)$  sur la plage de variation de  $\alpha(t)$  qui correspond au mouvement de basculement. L'analyse de cette courbe nous permet d'approximer une relation linéaire entre  $\alpha(t)$  et  $\lambda(t)$  de la forme  $\alpha(t) = k \cdot \lambda(t)$  où  $k$  est une constante.

Le moment d'inertie de l'ensemble  $S_2$  par rapport à l'axe  $(G_{S2}, \vec{y}_0)$  sera noté  $J_{eq}$

On admet l'équation suivante :

$$J_{eq} \cdot \ddot{\alpha}(t) + \mu \cdot \dot{\alpha}(t) = S \cdot p(t) + m_{S2} \cdot g \cdot x_{G_{S2}}$$

**Q20 : Montrer que le comportement du vérin peut, dans ces conditions, être modélisé par le schéma bloc Figure 14. Donner alors les expressions des fonctions de transfert  $A(p)$ ,  $B(p)$ ,  $C(p)$  et  $D(p)$ . Exprimer  $C_{R0}$ .**

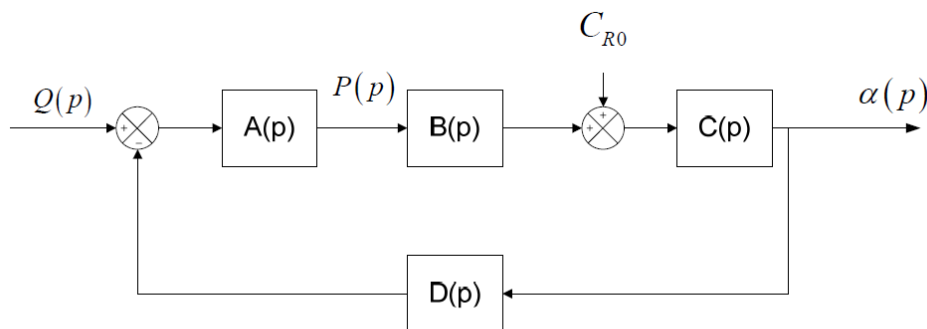


Figure 14

- $V(p)$  est la transformée de Laplace de la vitesse  $v(t)$  de la tige du vérin par rapport au corps.
- $Q(p)$  est la transformée de Laplace du débit entrant  $q(t)$ .
- $\alpha(p)$  est la transformée de Laplace de l'angle de rotation entre les fourches et le chariot  $\alpha(t)$

**Q21 : Proposer une modification de ce schéma bloc pour déterminer la fonction de transfert du vérin**

$$H_{vérin}(p) = \frac{V(p)}{Q(p)}$$

**Q22 : Déterminer sous forme canonique cette fonction de transfert.**

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert  $H_{vérin}(p) = \frac{V(p)}{Q(p)}$  extrait de la documentation constructeur du vérin, est donné en ANNEXE 7.

**Q23 : Le diagramme de Bode proposé est-il cohérent avec la fonction de transfert trouvée précédemment ? Bien évidemment il faut le justifier 😊!!!**

On suppose pour la suite du sujet que la fonction de transfert du vérin est de la forme :  $H_{vérin}(p) = \frac{K_V}{1+T_V \cdot p}$

**Q24 : A partir du diagramme de Bode en annexe 7, déterminer les valeurs numériques (avec les unités...) des termes  $K_V$  et  $T_V$**

**I-4-3-Modèle de comportement de la servovalve**



Afin d'estimer le comportement dynamique de la servovalve, elle est soumise à un courant sinusoïdal  $i(t) = \sin(\omega t)$  pour différentes valeurs de  $\omega$  et on relève le débit  $q(t)$ . Les réponses sont données en ANNEXE 6.



**Q25 :** En analysant les différentes réponses de la servovalve, et le diagramme de Bode de la fonction  $H_{\text{vérin}}(p) = \frac{V(p)}{Q(p)}$  montrer que le comportement dynamique de la servovalve peut être négligé devant celui du vérin.

Pour les pulsations inférieures à 20 rad/s, on modélise le comportement de la servovalve par un gain pur noté  $K_{\text{serv}}$ .

**Q26 :** Justifier cette modélisation et déterminer  $K_{\text{serv}}$  en précisant son unité.

On souhaite maintenant déterminer la consigne  $\varphi_{\text{dec}}(t)$  afin de trouver la consigne d'inclinaison des fourches correspondant à la décélération effective  $\Gamma_{\text{dec}}(t)$  du chariot.

Il est nécessaire pour cette étude de trouver un modèle de liaison équivalente entre la coque du bateau et les fourches T7 et T8. La Figure 15 représente une vue en coupe transversale de la coque du bateau et des fourches. On admet dans un premier temps les hypothèses suivantes :

- le contact entre le bateau (B) et la fourche T8 se limite à un **segment de droite** porté par  $(I_{T8}, \vec{d}_{B8})$
- le contact entre le bateau (B) et la fourche T7 se limite à un **segment de droite** porté par  $(I_{T7}, \vec{d}_{B7})$
- le contact est supposé dans un premier temps sans frottement.
- On suppose  $\vec{d}_{B7} = \vec{d}_{B8}$

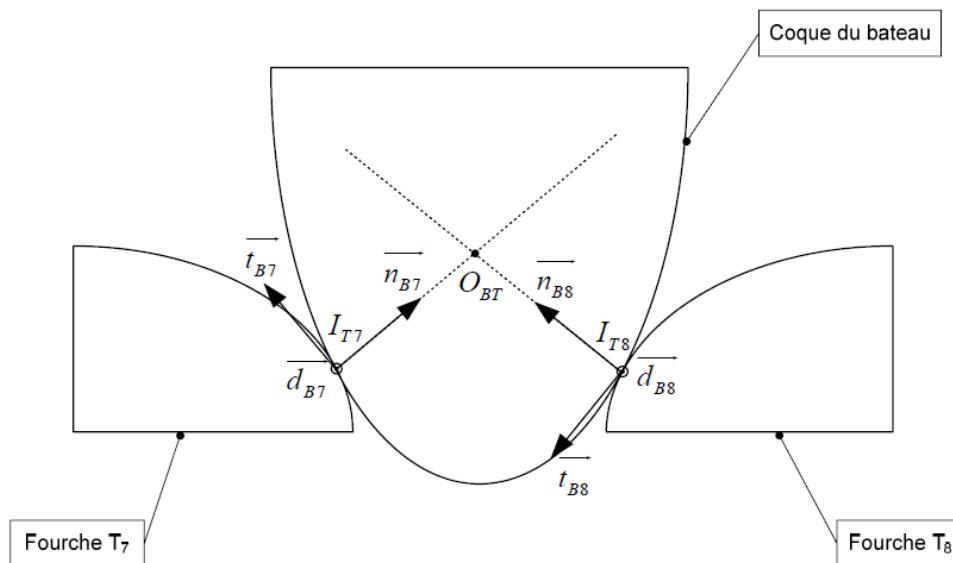


Figure 15

On note :  $\vec{O}_{BT}I_{T8} = -d_8 \cdot \vec{n}_{B8}$ ,  $\vec{O}_{BT}I_{T7} = -d_7 \cdot \vec{n}_{B7}$ ,  $\theta_{87} = (\vec{n}_{B7}, \vec{n}_{B8})$

**Q27 :** Déterminer le torseur associé à la liaison entre une fourche et la coque du bateau (Vous veillerez à l'exprimer dans un repère pertinent)

**Q28 : Justifier par un calcul la forme du torseur cinématique de la liaison équivalente entre le bateau et les fourches T7 et T8. NB : pivot glissante  $(O_{BT}, \overrightarrow{d_{B8}})$**

L'étude précédente et la prise en compte des frottements permettent de modéliser les actions mécaniques exercées par les fourches sur le bateau par le torseur  $\{T_{F \rightarrow B}\}$

$$\{T_{F \rightarrow B}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(F \rightarrow B) \\ \overrightarrow{M_{O_{BT}}}(F \rightarrow B) \end{array} \right\}_{O_{BT}} = \left\{ \begin{array}{ll} N_{F \rightarrow B} & L_{F \rightarrow B} \\ T_{F \rightarrow B} & M_{F \rightarrow B} \\ D_{F \rightarrow B} & 0 \end{array} \right\}_{(O_{BT}, \overrightarrow{n_{B8}}, \overrightarrow{t_{B8}}, \overrightarrow{d_{B8}})}$$

**Q29 : Dans le torseur ci-dessus, à quelle composante sera affecté le frottement? Justifier**

On admet les hypothèses suivantes :

- une valeur positive de  $\Gamma_{dec}(t)$  correspond à une décélération du chariot ;
- le chariot circule sur une route horizontale ;
- en phase de décélération,  $\vec{R}(F \rightarrow B)$  est porté par la direction  $\overrightarrow{z_{T3}}$ .

**Q30: Expliquer pourquoi  $\vec{R}(F \rightarrow B)$  doit être colinéaire à  $\overrightarrow{z_{T3}}$**

**Q31 : déterminer la relation entre  $\Gamma_{dec}(t)$ ,  $\varphi_{dec}(t)$  et  $g$  permettant de satisfaire cette condition. NB : Pour cela on appliquera le théorème de la résultante du principe fondamental de la dynamique appliqué au chariot :**

$$\sum \vec{R}(F_{ext} \rightarrow Chariot) = m_c \cdot \vec{\Gamma}(G_c \in chariot / 0)$$

$m_c$  : masse du chariot;  $G_c$  centre d'inertie du chariot et  $F_{ext}$ : Forces extérieures;

$\vec{\Gamma}(G_c \in chariot / 0)$ : accélération de  $G_c$  appartenant au chariot par rapport à 0

**Q32 : En supposant  $\frac{\Gamma_{dec}(t)}{g} \gg 1$ , donner une relation linéaire entre  $\Gamma_{dec}(t)$  et  $\varphi_{dec}(t)$**

On admet que l'inclinaison de la pente  $\delta(t)$  n'influence pas de manière significative la valeur de  $\varphi_{dec}(t)$ . Le modèle de détermination de  $\varphi_{dec}(t)$  mis en place dans les questions précédentes reste valide dans le domaine de variation de  $\delta(t)$  correspondant aux conditions d'utilisation du chariot.

On donne en ANNEXE 8 :

- le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système non corrigé

$$H_{BO}(p) = \frac{m(p)}{\varepsilon(p)}$$

- la réponse indicielle de la fonction de transfert en boucle fermée

$$H_{BF}(p) = \frac{\varphi(p)}{\varphi_c(p)}, \delta(t) = 0 \text{ et } \varphi_{dec}(t) = 0$$

**Q33 : En le justifiant, identifier numériquement la fonction de transfert  $H_{BF}(p) = \frac{\varphi(p)}{\varphi_c(p)}$ .**

2 quantités sont définies pour étudier la stabilité d'un asservissement :

- la marge de gain, définie par :  $M_G = -20 \log |H(j\omega_c)|$ , la pulsation  $\omega_c$  est définie par  $\varphi(\omega_c) = -180$
- la marge de phase, définie par  $M_\varphi = 180 + \varphi(\omega_1)$ , la pulsation  $\omega_1$  est définie par  $GdB(\omega_1) = 0$

**Q34 : Analyser chacun des critères du cahier des charges et conclure quant au respect des performances.**

Afin d'améliorer le comportement du système, on utilise un correcteur de type « avance de phase » de fonction de transfert  $C(p) = K \cdot \frac{1+\beta.T.p}{1+T.p}$ ,  $K=0.25$ ,  $T = 0.02s$  et  $\beta = 10$

Le diagramme de phase du correcteur  $C(p)$  admet un maximum  $\phi_m$  à la pulsation  $\omega_m$ .

**Q35 : Tracer le diagramme de bode réel et asymptotique en gain et en phase de ce correcteur  $C(p)$**

**Q36 : Déterminer la valeur de la phase maximum associée à ce correcteur.**

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert  $H_{BO}(p) = \frac{m(p)}{\varepsilon(p)}$  et la réponse indicielle de la fonction de transfert  $H_{BF}(p) = \frac{\varphi(p)}{\varphi_c(p)}$  du système corrigé sont donnés en ANNEXE 9.

**Q37: Analyser chacun des critères du cahier des charges et conclure quant au respect des performances avec la mise en place de ce correcteur.**

## Partie 2 : Etude de la stabilité du chariot élévateur

On considère dans cette partie que le chariot élévateur se déplace sur le trajet de référence de la Figure 4. Les basculements frontal et latéral des chariots élévateurs représentent le principal risque auquel est confronté le conducteur. L'objectif de cette partie est de définir les conditions de stabilité du chariot élévateur dans la phase de freinage afin de définir les conditions optimales de déplacement du chariot dans cette phase.

Aussi nous ne nous intéresserons qu'au basculement frontal

La caractérisation partielle de la fonction FS2 est donnée sur la Figure 16.

### 2-1-Etude de la position du centre de gravité

La position du centre de gravité de l'ensemble « chariot+tablier » influence directement la stabilité lors des déplacements. Il est impératif de connaître avec précision sa position.

Etant donné qu'il est possible de monter, sur le même chariot, différents types de tabliers en fonction de l'utilisation souhaitée, le chariot est équipé d'un contrepoids qui permet de régler la position du centre de gravité de l'ensemble. Ce réglage est effectué en usine et dépend du contexte d'utilisation du chariot élévateur.

La Figure 23 donne le paramétrage retenu pour l'étude. On note  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  le repère lié au chariot. Le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$  est un plan de symétrie matériel pour le chariot.

Le repère  $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est un repère lié à la route, supposé galiléen pour les conditions de l'étude.

On note:

- $G_B$ : centre de gravité du bateau de masse  $m_B$
- $G_T$ : centre de gravité du tablier de masse  $m_T$
- $G_1$ : centre de gravité du chariot seul de masse  $m_1$
- $G_C$ : centre de gravité du contrepoids de masse  $m_c$
- $G$ : centre de gravité de l'ensemble  $\Sigma = \{\text{chariot, tablier, contrepoids}\}$

On donne :

$$\vec{OG_B} = \begin{pmatrix} x_{G_B} \\ 0 \\ z_{G_B} \end{pmatrix}_{R_1} ; \vec{OG_T} = \begin{pmatrix} x_{G_T} \\ 0 \\ z_{G_T} \end{pmatrix}_{R_1} ; \vec{OG_1} = \begin{pmatrix} x_{G_1} \\ 0 \\ z_{G_1} \end{pmatrix}_{R_1} ; \vec{OG_C} = \begin{pmatrix} x_{G_C} \\ 0 \\ z_{G_C} \end{pmatrix}_{R_1}$$

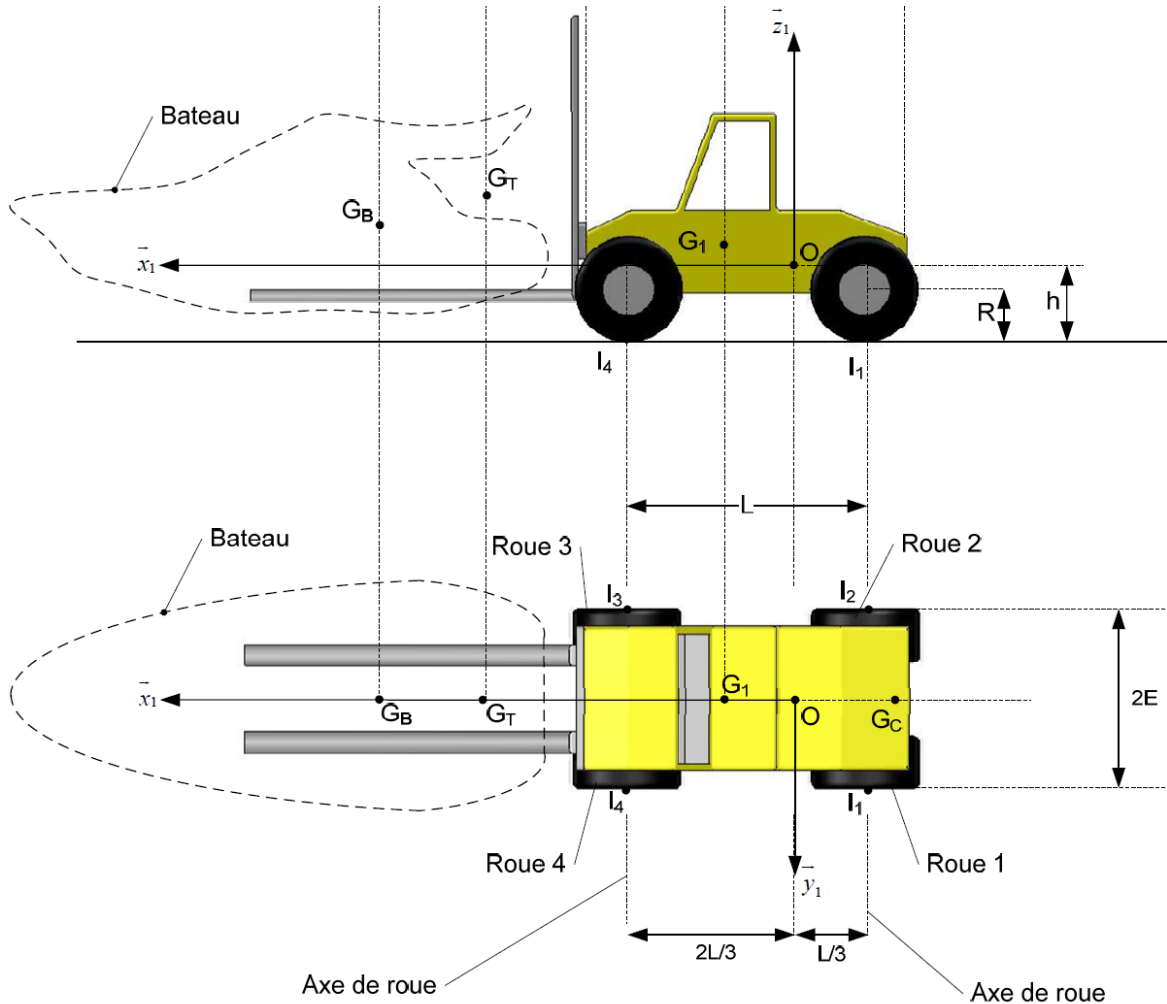


Figure 23

Afin de minimiser les risques de basculement du chariot élévateur, on souhaite que le point G soit confondu avec le point O (critère C206).

**Q38: Déterminer l'expression de  $x_{G_C}$  afin de valider le critère C206**

Pour toute la suite de l'étude, les points G et O sont supposés confondus et la masse totale de l'ensemble  $\Sigma = \{\text{chariot, tablier, contrepoids}\}$  est notée M.

**2-2-Etude du basculement frontal**

Afin d'éviter les risques de basculement frontal du chariot lors des phases de freinage, le dispositif de sécurité ADS permet au conducteur de choisir, à partir des commandes disponibles sur son tableau de bord, la valeur de la décélération à imposer au chariot avant l'arrêt total. Ainsi, lorsque le conducteur relâche complètement la pédale de l'accélérateur, le dispositif ADS entre en action et le chariot est alors animé d'un mouvement uniformément décéléré. Le choix de la valeur de la décélération est fait en fonction des conditions de chargement du chariot. Ce dispositif permet au conducteur de maîtriser parfaitement les distances d'arrêt tout en évitant le basculement frontal.

L'objectif de cette partie est de mettre en évidence l'intérêt d'un tel dispositif.

Le chariot est en phase de freinage sur une route horizontale, il transporte un bateau (B) de masse  $m_B$  et de centre de gravité  $G_B$ . La vitesse du centre de gravité de l'ensemble est donnée par  $\overrightarrow{V}_{(G \in \Sigma)/0} = V(t) \cdot \overrightarrow{x}_1$ . Tous les mouvements du tablier sont inactifs durant le déplacement. Il n'y a pas de mouvement relatif entre le bateau et l'ensemble  $\Sigma$  au cours de cette phase.

L'objet est de déterminer la valeur de la décélération qui provoque le basculement frontal de l'ensemble  $\{\Sigma, B\}$ .

Le problème est traité en trois dimensions.

L'action mécanique exercée par le sol sur le pneu  $P_i$  est modélisée par le torseur :

$$\{T_{Sol \rightarrow Pi}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(Sol \rightarrow Pi) \\ \vec{M}_{I_i}(Sol \rightarrow Pi) \end{array} \right\}_{I_i} = \left\{ \begin{array}{ll} -T_i & 0 \\ 0 & 0 \\ N_i & 0 \end{array} \right\}_{(I_i, \overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{y}_1, \overrightarrow{z}_1)}$$

La masse et l'inertie des roues sont négligées.

La décélération qui provoque le basculement de l'ensemble  $\{\Sigma, B\}$  est notée :

$$\overrightarrow{\Gamma}_{dec}(\{\Sigma, B\}/0) = -dec_x \cdot \overrightarrow{x}_1$$

On admet, dans un premier temps, que le basculement a lieu avant le glissement. Cette hypothèse sera vérifiée par la suite.

**Q39 : Ecrire l'équation vectorielle de la résultante issue de l'application du principe fondamental de la dynamique à l'ensemble  $\{\Sigma, B\}$ .**

On donne l'équation du moment dynamique autour de l'axe  $(I_4, \overrightarrow{y}_1)$  issue du PFD :

$$-dec_x(M \cdot h + m_B \cdot z_{G_B}) = m_B \cdot x_{G_B} - \frac{2L}{3} M \cdot g + L(T_1 + T_2)$$

**Q40 : Pourquoi a-t-il été choisi d'exprimer l'équation du moment autour de l'axe  $(I_4, \overrightarrow{y}_1)$**

**Q41 : Donner les hypothèses qui peuvent être faites afin de réduire le nombre d'inconnues du problème.**

On considère que le basculement a lieu lorsque les roues arrière perdent le contact avec le sol.

**Q42 : Déterminer alors  $dec_x$**

Le facteur d'adhérence entre le pneu et la route est noté  $f$

**Q43 : Donner les expressions de  $T_4$  et  $N_4$  et expliquer qualitativement comment vérifier que le basculement a lieu avant le glissement afin de justifier l'hypothèse faite en début d'étude.**

\*\*\*