EIVP – CONCOURS INTERNE - PHYSIQUE – 2017

Durée : 4 heures – Sans document ni téléphone portable - Calculatrice autorisée

- Le barème tient compte des qualités de rédaction et de présentation de la copie.
- Si un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et indique les initiatives qu'il est amené à prendre.
- Tout commentaire est le bienvenu, même lorsqu'il n'est pas explicitement demandé.
- Les résultats numériques seront donnés avec une précision de 10^{-2}.
- Dans tout le problème, *Exprimer* signifie conventionnellement *Donner* l'expression littérale et *Calculer* signifie conventionnellement *Donner* la valeur numérique.

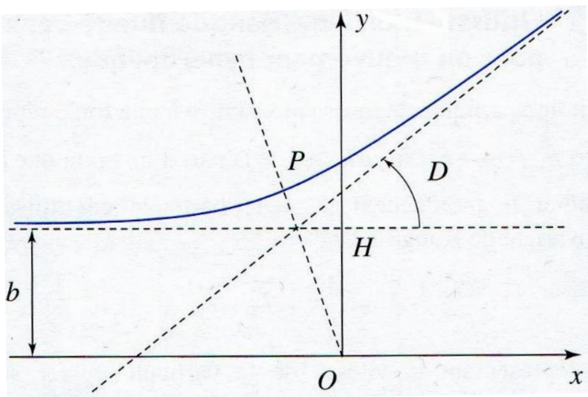
Première partie

Problème : Diffusion de Rutherford (7 points)

Introduction :

Une particule α (noyau d'hélium) de masse m et de charge q = 2^e vient de l'infini avec la vitesse $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{e}_x$ et s'approche avec le paramètre d'impact b = OH d'un noyau cible placé en O de masse M ≫ m et de charge Q = Ze que l'on considérera immobile.

La trajectoire de la particule α à l'allure indiquée sur le schéma ci-dessous, avec D représentant la valeur de sa déviation par rapport à sa direction initiale.



1. a) Quelle est l'énergie mécanique $\boldsymbol{E_M}$ associée au mouvement étudié ?
   b) Quelle est la nature de la trajectoire représentée ?

   Dans la suite du problème, on posera $\alpha = -\frac{qQ}{4\pi\varepsilon 0}$, où α est la constante d'interaction.
2. a) Que représente la distance OP ?
   b) Exprimer cette distance en fonction de b, α, m et v_0.

   Conseils : - Exprimer la conservation de l'énergie mécanique en coordonnées polaires (r, θ),

   puis, effectuer le calcul du moment cinétique $\vec{L}_0$ en O dans la base ($\vec{e}_r\, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$).

3. Le vecteur de Runge-Lenz $\vec{A}$, caractéristique de l'interaction newtonienne, est donné par :

$$\vec{A} = (\vec{v} \wedge \vec{L}_0)/\alpha - \vec{e}_r$$

a) Montrer que ce vecteur est une constante du mouvement.
b) Déterminer les composantes du vecteur $\vec{A}$ dans la base ($\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$).
c) Reproduire le schéma précédent et, par des considérations de symétrie, représenter le vecteur $\vec{A}$ (**On se contentera d'un schéma simplifié).**
d) On note β l'angle ($\vec{A}$, $\vec{e}_x$). Quelle est la relation liant β et D ?
e) En déduire l'expression de D.

Fin du problème

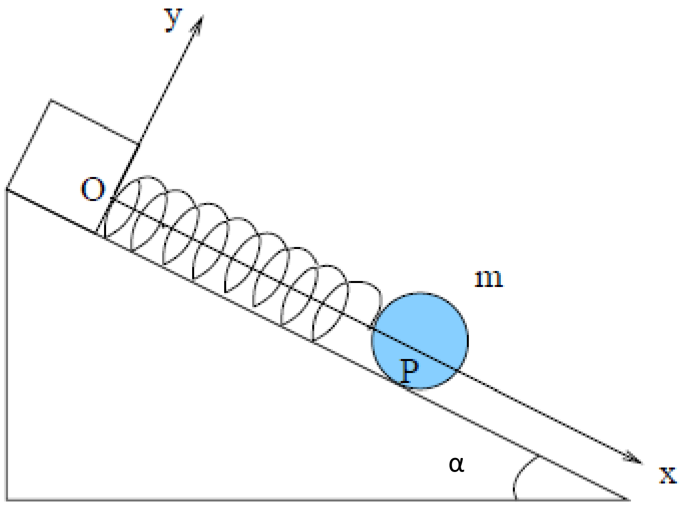
Deuxième partie

Exercices

1. Oscillateur sur plan incliné

Exercice 1 : Oscillations d'un ressort (4 points)

Un point matériel, de masse m, se déplace sur une droite inclinée d'un angle α par rapport à l 'horizontale (voir figure ci-dessous). Il n'y a pas de frottement. Le point matériel est retenu par un ressort de longueur au repos l_0 et de constante élastique k.



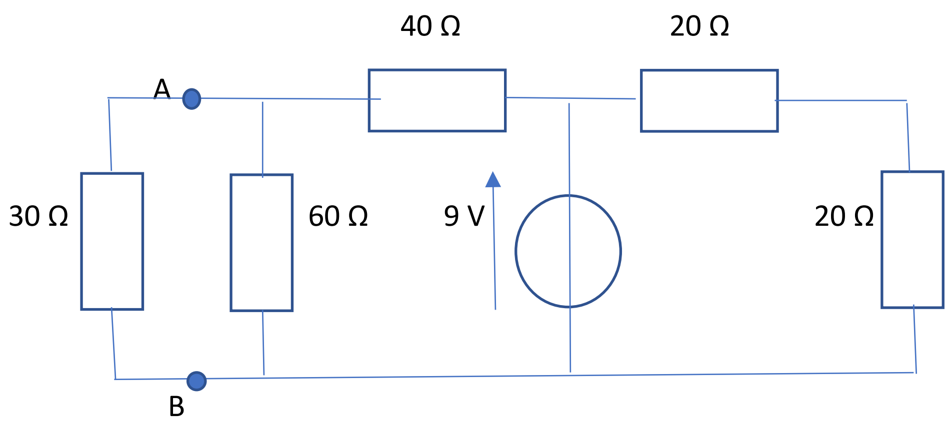
1. Etablir le bilan des forces.
2. Trouver l'équation du mouvement du point matériel.

Conseil : On appliquera le PFD à l'équilibre puis pour une position quelconque du point matériel.

3. Quelle-est la nature de ce mouvement ?
4. Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit le mouvement**.**
5. Donner sa solution avec les conditions initiales x(0) = a et x'(0) = 0 .
6. Quelle est la période des oscillations ? **Données : m = 100 g , k = 1 N.m^{-1} .**

2. Modèle de Thévenin et de Norton (4 points)

On considère le circuit ci-après, dans lequel on cherche à calculer le courant I passant dans la résistance de 30 Ω :



Pour ce faire on se propose de remplacer toute la partie droite du circuit comprise entre les points A et B par le modèle de Thévenin correspondant.

1. Déterminer la tension E_{Th} du modèle de Thévenin. On rappelle que E_{Th} est la tension à vide entre A et B. On pourra utiliser un pont diviseur de tension.

2. Calculer la résistance R_{Th} du modèle de Thévenin. On rappelle que R_{Th} est la résistance entre A et B lorsque tous les générateurs ont été rendus passifs.

3. Remplacer le dipôle AB par son modèle de Thévenin et calculer le courant I.

4. Plutôt qu'un modèle de Thévenin, on aurait pu remplacer le dipôle AB par son modèle de Norton, constitué d'un générateur idéal de courant I_N et d'une résistance $R_N = R_{TH}$ en parallèle. En utilisant un pont diviseur de courant, déterminer le courant I_N en fonction de I.

3. Théorème de Gauss (3 points)

Un cylindre infini constitué d'un matériau isolant, d'axe D, de rayon R, porte une charge surfacique uniforme σ .

1. En utilisant des arguments de symétrie et en appliquant le théorème de Gauss, étudier le champ électrique $\vec{E}$ créé en tout point M de l'espace. On considérera deux cas : M à l'intérieur ($r \leq R$) et M à l'extérieur du cylindre ($r \geq R$).
2. Calculer le potentiel électrique V créé en tout point M à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre. On supposera que V = 0 au centre du cylindre.
3. Représenter le champ $\vec{E}$ et le potentiel V en fonction de r.

4. Charge électrique dans un champ magnétique uniforme (2 points)

Une charge électrique de masse m, de charge q = -e et de vitesse $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{e}_x$ pénètre dans une zone de l'espace où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\,\vec{e}_z$ (Voir figure ci-dessous)

1. **Quelle la nature du mouvement de la charge électrique dans la zone où règne le champ magnétique $\vec{B}$.**
2. **Donner l'expression et le nom de la force à laquelle elle est soumise.**
3. Exprimer le rayon de courbure R de la charge électrique en fonction de m, e, v_0 et B.
4. **Application numérique :** m = = 9,1 10^{-31} kg, e = 1,6 10^{-19} C, v_0 = 4 10^{7} m.s^{-1} .

Fin des exercices

Fin de l'épreuve