EIVP - CONCOURS INTERNE - PHYSIQUE – 2019

Durée : 4 heures – Sans document ni téléphone portable - Calculatrice autorisée -

Le barème tient compte des qualités de rédaction et de présentation de la copie.
- Si un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et indique les initiatives qu'il est amené à prendre.
- Tout commentaire est le bienvenu, même lorsqu'il n'est pas explicitement demandé.
- Les résultats numériques seront donnés avec une précision de 10^{-2}.
- Dans tout le sujet, *Exprimer* signifie conventionnellement *Donner l'expression littérale* et *Calculer* signifie conventionnellement *Donner la valeur numérique.*
- Après la fin du sujet, on trouvera un formulaire rappelant quelques formules utiles.

1 Charge dans le champ d'une double couche

On considère une couche infinie comprise entre les plans d'équations $x = -a$ et $x = +a$ contenant une densité de charge positive dépendant de x : $\rho(x) = \rho_0(1 + x/a)$ pour $x < 0$, $\rho(x) = \rho_0(1 - x/a)$ pour $x > 0$.

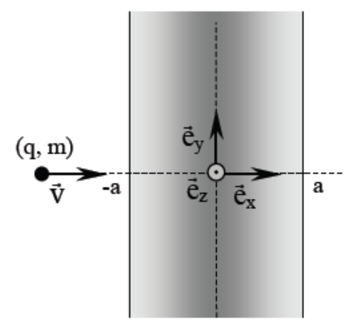

Figure 1 - Système modèle étudié

1 - Analyser en détail les symétries de la distribution de charges en indiquant les points remarquables. En déduire les caractéristiques du champ $\overrightarrow{E}$. Montrer en particulier que le champ électrique $\overrightarrow{E}$ est nul sur le plan O_{yz}.

2 - Représenter sur un graphe l'allure de $\rho(x)$.

3 - Enoncer le théorème de Gauss. En utilisant la réponse à la première question, et notamment le fait que le champ champ électrique $\overrightarrow{E}$ est nul sur le plan O_{yz}, exprimer le champ électrique en tout point de l'espace. On montrera en particulier qu'à l'intérieur de la double couble, il est donné par : $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_0}(x + \frac{x^2}{2a})$ si $-a < x < 0$ et $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E_0}(x - \frac{x^2}{2a})$ si $0 < x < a$ où $\overrightarrow{E_0}$ s'exprime simplement en fonction de ρ_0, ε_0 et d'un vecteur unitaire à préciser.

4 - Calculer le potentiel en tout point de l'espace avec la condition $V(-a) = V(a) = 0$.

5 - Tracer sur un même graphe l'allure de $E(x)$ et $V(x)$ en précisant les valeurs remarquables.

Une particule de charge q ($q > 0$) et de masse m arrive en $x = -a$ avec la vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_x}$ perpendiculairement à cette couche.

6 - Calculer la vitesse minimale que doit avoir la charge pour pouvoir traverser cette couche chargée.

2 Freinage d'un cadre

Un fil, supposé infini, est parcouru par un courant électrique constant noté I. Un cadre métallique de hauteur H et de largeur a est positionné dans le même plan vertical que le fil. Le cadre peut se déplacer librement suivant x et se trouve initialement à une distance L supposée très grande devant a. On note R la résistance électrique du cadre. On admet que le champ magnétique créé par le fil à une distance r est $\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\overrightarrow{u_\theta}$

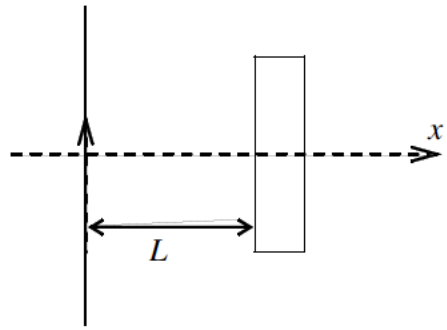

Figure 2 - Schéma du fil et du cadre, dans la situation initiale

7 - Exprimer le flux du champ magnétique créé par le fil à travers la surface délimitée par le cadre, $\Phi(x)$, si l'on note x la distance entre le bord du cadre le plus proche du fil et ce dernier.

8 - Enoncer la loi de Faraday. En déduire la force électromotrice e induite dans le cadre, en fonction de x, $\dot{x}$, a, H, I et μ_0.

9 - Figurer le schéma électrique équivalent du cadre et en déduire l'intensité induite dans le cadre, notée $i(t)$ en fonction de R, x, $\dot{x}$, a, H, I et μ_0.

10 - Quelle force doit exercer un opérateur sur le cadre pour le faire avancer à vitesse constante V_0 selon l'axe x ?

3 Hacheur

En ne connectant la source de tension continue que par intermittence à la résistance de charge R_C, au moyen d'interrupteurs commandés électriquement, il est possible de transférer une puissance électrique réglable, avec un très bon rendement. Grâce à l'introduction de composants inductifs ou éventuellement capacitifs judicieusement choisis, on peut obtenir une tension u quasi-continue aux bornes de R_C. Les systèmes électriques obtenus sont qualifiés d'alimentations à découpage ou encore de hacheurs. Une bobine supposée idéale, d'inductance L, est placée en série avec la résistance de charge R_c. Les interrupteurs K_1 et K_2 sont idéaux et sont commandés de manière complémentaire et périodique : lorsque K_1 est fermé, K_2 est alors ouvert et inversement. On note T la période (dite période de commutation) et le rapport cyclique α du hacheur ($0 < \alpha < 1$), défini comme le rapport entre la durée pendant laquelle K_1 est fermé et la période de commutation, de sorte que :

— pour $t \in [0, \alpha T]$ K_1 est fermé et K_2 ouvert ;
— pour $t \in [\alpha T, T]$, K_1 est ouvert et K_2 fermé.

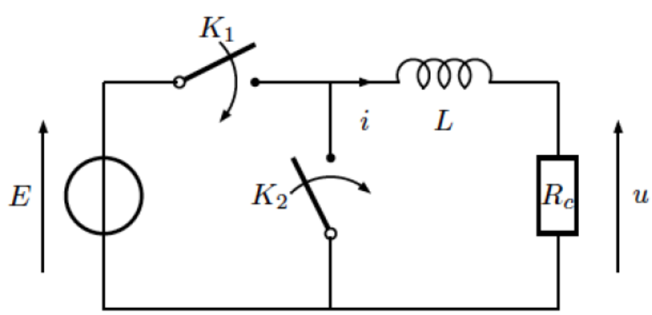

Figure 3 - Modélisation du hacheur

On suppose que le régime transitoire du montage est terminé et a laissé place au régime établi périodique et on étudie le circuit durant un intervalle de temps correspondant à une période $[0, T]$ où l'origine de temps est choisie de sorte qu' à $t = 0$, K_1 se ferme et K_2 s'ouvre.

11 - Montrer que $u(t)$ est une fonction continue.

On note $U_0 = u(0)$ la valeur de la tension u aux bornes de R_C en début de période à $t = 0$ et $U_\alpha = u(\alpha T)$ la valeur de u à l'instant de l'inversion de l'état des interrupteurs, pour $t = \alpha T$.

12 - Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ pour $t \in [0, \alpha T]$ en faisant apparaître une constante de temps τ. En déduire l'expression de $u(t)$ durant cette première phase. Exprimer U_α en fonction de E, U_0, α, T et τ.

13 - Etablir $u(t)$ pour $t \in [\alpha T, T]$ en fonction de t, U_α, T et τ.

14 - En déduire que :

$$U_0 = \frac{e^{-(1-\alpha)T/\tau} - e^{-T/\tau}}{1 - e^{-T/\tau}} E.$$

Tracer l'allure de $U(t)$, expliquer physiquement ce que devient cette allure dans le cas où $\tau \gg T$ et montrer que l'on réalise ainsi une alimentation quasi-continue.

4 Mécanique

4.1 Félix

Félix, un jeune homme de $m = 80kg$, tombe sans vitesse initiale depuis une altitude $h = 30km$ dans le champ de gravité terrestre. On note $M_T = 6.10^{24}kg$ la masse de la Terre, $R_T = 6,4.10^3km$ son rayon et $G = 6,67.10^{-11}S.I.$ la constante de gravitation universelle.

15 - Rappeler l'expression de l'énergie potentielle associée à la force de gravitation. A quelle situation correspond l'origine des énergies potentielles ? Vérifier que cette expression correspond à une force attractive.

16 - En l'absence de frottement, déterminer la vitesse de Félix au niveau du sol, v_f, peu avant l'ouverture de son parachute.

17 - En fait, au moment de l'ouverture de son parachute,, peu avant le sol, sa vitesse était $v'_f = 1350km.h^{-1}$. Déterminer le travail des forces de frottement le long de la chute. En déduire la valeur moyenne de la force de frottement pendant la chute.

4.2 Chute sur un igloo

On considère un enfant de masse m qui glisse sans frottement sur un igloo assimilé à une demi sphère de rayon R et de centre O, en partant du sommet de l'igloo avec une vitesse initiale négligeable.

18 - Faire un schéma du système dans une situation générique. Rappeler les expressions de la vitesse et de l'accélération en coordonnées polaires dans le cas général et les simplifier dans le cas étudié.

19 - Ecrire les deux équations différentielles du mouvement en coordonnées polaires.

20 - Déduire de l'une d'elles que la vitesse angulaire est donnée par : $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g}{R}(1 - cos\theta)}$

21 - En déduire la norme de la réaction normale, $N = || \overrightarrow{N} ||$ de l'igloo sur l'enfant en fonction de θ, R, g et m.

22 - En déduire que l'enfant décolle de l'igloo en un angle θ_d que l'on exprimera.

4.3 Détection d'exoplanètes

On considère le système formé par une étoile de masse M et une planète de masse m, en interaction gravitationnelle, de sorte que les deux corps effectuent un mouvement de rotation de rayons respectifs R et r à la vitesse angulaire ω_0 autour de O, le centre de masse du système, supposé immobile.

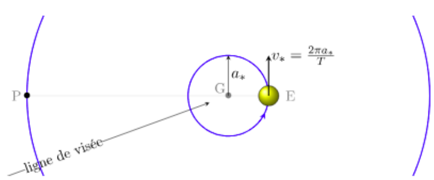

Figure 4 - Schéma du système Etoile (E)-planète (P)

23 - Ecrire le principe fondamental de la dynamique appliqué successivement aux deux corps et en déduire deux équations liant ω_0, r, R, M, m et G. En déduire une relation entre m, r, M et R, ainsi qu'une généralisation de la loi de Képler qui lie la période T à G, M, m et à la distance totale D entre l'étoile et sa planète.

24 - Exprimer la norme de la vitesse de l'étoile sur sa trajectoire en fonction de R, r, M, m et G. Simplifier cette expression si $M \gg m$.

25 - Exprimer v en fonction de T,G, m et M uniquement.

26 - La vitesse d'une étoile est mesurée par effet Doppler. Expliquer le principe et expliquer l'allure de la courbe suivante à l'aide de schémas. La courbe suivante montre l'évolution de la vitesse radiale de l'étoile 51Pegasi mettant en évidence la première exoplanète découverte en 1995. L'étoile 51Pegasi présente une masse $M = 1,06.M_S$. Utiliser la courbe pour déterminer la distance étoile-planète et la masse de la planète responsable de ces variations de vitesse. En déduire le rayon de l'orbite de l'étoile.

Données : masse du Soleil : $M_S = 2.10^{30}kg$, masse de Jupiter $M_J = 1,9.10^{27}kg$, distance moyenne Soleil-Jupiter : $D_{SJ} = 8.10^{11}m$.

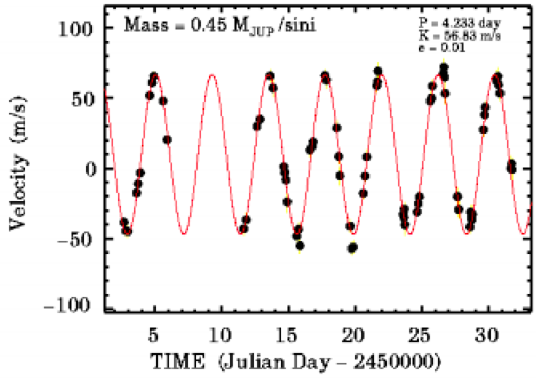

Figure 5 - Courbe expérimentale de vitesse de l'étoile 51Pegasi

27 - Adapter ces résultats au couple Soleil-Jupiter et en déduire l'ordre de grandeur du rayon de la trajectoire du Soleil dans son mouvement dû à Jupiter. Commenter.

– *Fin* –

Formulaire :

— Equation caractéristique d'une bobine en convention récepteur : $U_L = L\frac{di_L}{dt}$, où i_L est l'intensité qui traverse la bobine et U_L la tension à ses bornes.

— Dérivées temporelles des vecteurs de bases polaires : $\frac{d\overrightarrow{u_r}}{dt} = \dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta}$ et $\frac{d\overrightarrow{u_\theta}}{dt} = -\dot{\theta}\overrightarrow{u_r}$