EIVP - CONCOURS INTERNE - PHYSIQUE – 2022

Durée : 4 heures – Sans document ni téléphone portable - Calculatrice autorisée

- Le barème tient compte des qualités de rédaction et de présentation de la copie.
- Si un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et indique les initiatives qu'il est amené à prendre.
- Tout commentaire est le bienvenu, même lorsqu'il n'est pas explicitement demandé.
- Les résultats numériques seront donnés avec une précision de 10^{-2}.
- Dans tout le sujet, *Exprimer* signifie conventionnellement *Donner l'expression littérale* et *Calculer* signifie conventionnellement *Donner la valeur numérique.*

1 Modèle électrique d'un système d'allumage

Dans un moteur à essence, l'allumeur est un organe essentiel car il déclenche l'étincelle dans le cylindre de combustion. Le dispositif permettant d'atteindre une tension de l'ordre de $25k\Omega$ est composé d'un circuit modélisé par le circuit ci-après. La bobine possède une inductance $L = 5mH$ et une résistance $r = 5\Omega$. Le générateur, la batterie délivre une tension continue $E = 12V$. L'interrupteur K est en parallèle d'un condensateur de capacité $C = 0,2\mu F$.

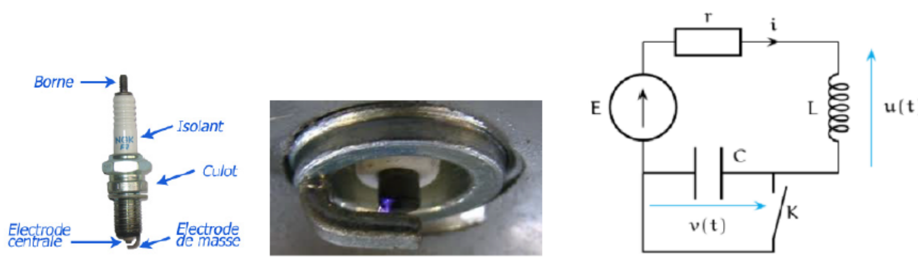


Figure 1 - Bougie d'allumage. Modèle électrique utilisé.

1 - L'interrupteur K étant fermé, quelle est la valeur du courant i_0 en régime permanent dans le circuit ? Exprimer l'énergie contenue dans la bobine dans cette situation en fonction de E_0, r, L uniquement. La calculer numériquement.

2 - Quand on ouvre l'interrupteur à $t = 0$, l'air devient conducteur celui-ci devient équivalent à une résistance R en parallèle du condensateur. Schématiser le circuit dans cette situation. Prévoir la valeur de $i(t)$ en régime permanent, i_∞.

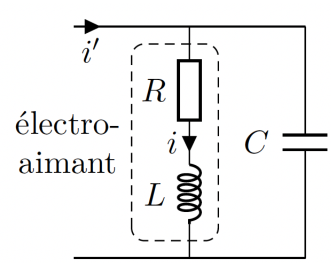
3 - Donner la relation $v = f(E_0, L, i, \frac{di}{dt})$. Donner la relation $i = f(v, r, C, \frac{dv}{dt})$. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.

4 - Déterminer les conditions initiales $i(t = 0^+)$, $u(t = 0^+)$ et $\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0^+}$.

5 - On suppose que le système évolue en régime apériodique. Donner une condition sur R, r, L et C pour que ce soit le cas. Donner la forme générale de $i(t)$ dans ce cas. Déterminer $i(t)$ et tracer son allure.

2 Electroaimant de levage

Un électroaimant de levage est un dispositif industriel permettant de soulever des pièces métalliques à partir de champs magnétiques intenses. On étudie un tel appareil en le modélisant électriquement par une bobine d'inductance L dont les spires ont une résistance interne R. Cette bobine est traversée par un courant i sinusoïdal de fréquence f dont l'amplitude I_m est imposée pour le bon fonctionnement du dispositif. Ce courant étant de forte puissance, les pertes par effet Joule dans les câbles d'alimentation de l'électroaimant sont non négligeables.



Pour les diminuer, une méthode usuelle consiste à installer un condensateur de capacité C en parallèle de l'électroaimant. On note alors i' l'intensité du courant dans les câbles d'alimentation du dispositif, dont l'amplitude I'_m est inférieure à l'amplitude I_m du courant qui traverse l'électroaimant.

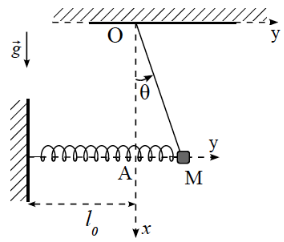
6 - Exprimer la grandeur complexe $\underline{I}$ en fonction de la grandeur complexe $\underline{I}'$, C, L, R et ω.

7 - En déduire I'_m en fonction de I_m, C, L, R et ω. Exprimer la valeur C_0 à donner à C pour minimiser l'amplitude I'_m tout en conservant I_m fixée.

8 - Exprimer l'impédance de l'ensemble. Que vaut-elle si $C = C_0$? À quel dipôle l'association électroaimant-condensateur est-elle équivalente à la fréquence de travail ? Conclure en termes de puissance fournie.

3 Sismomètre horizontal

Un point M est relié à un fil inextensible de longueur l et à un ressort horizontal de raideur k et de longueur au repos l_0. On se place dans le cas de petites oscillations, la position du point M est repérée par l'angle θ par rapport à la verticale.



9 - Rappeler l'expresion des vecteurs position, vitesse et accélération en coordonnées polaires. Simplifier ces expressions dans le cas du mouvement du point M.

10 - Etablir l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$ à l'aide du principe fondamental de la dynamique.

11 - Retrouver cette équation à l'aide du théorème du moment cinétique.

12 - En déduire la période des petites oscillations et commenter.

4 Remontée d'une bulle dans la lave

On considère une bulle de gaz de masse m, de rayon r qui nait sans vitesse initiale dans un volume de lave à une profondeur h de l'ordre du kilomètre. On s'intéresse à la dynamique de remontée de cette bulle. On note ρ_L la masse volumique de la lave, supposée uniforme. On admet que la bulle a un poids négligeable devant la poussée d'Archimède. On rappelle que le volume d'une sphère de rayon r est $\frac{4}{3}\pi r^3$. On admet que la bulle subit, en plus de la poussée d'Archimède, une force de frottement fluide de la forme : $\overrightarrow{F} = -6\pi r\eta\overrightarrow{v}$. On note g l'intensité du champ de pesanteur, supposée constante. On note z la profondeur, avec $\overrightarrow{u_z}$ le vecteur unitaire descendant. On se restreint à un mouvement vertical.

13 - Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la profondeur $z(t)$ peut se mettre sous la forme : $\tau_r\ddot{z}+\dot{z}+\alpha(r) = 0$, où l'on précisera les expressions de τ_r et avec $\alpha(r) = \frac{2r^2 g\rho_L}{9\eta}$.

On suppose que l'évolution de la vitesse se fait sur un temps typique τ.

14 - Donner une condition pour pouvoir négliger le terme inertiel en $\ddot{z}$.

Dans une première phase du mouvement, on suppose que ce terme peut être négligé. On admet par ailleurs que la rayon de la bulle varie avec la profondeur selon la loi approchée : $r(z) = r_0.\left(\frac{z}{z_0}\right)^{-1/3}$

15 - En déduire $z(t)$. Tracer son allure.

5 Migration d'une planète

La formation de planètes à l'intérieur d'un disque protoplanétaire s'accompagne d'interactions gravitationnelles entre le disque et les planètes. Ces interactions conduisent à des transfert de moment cinétique entre la planète et le disque, transferts qui sont à l'origine, soit de la stabilisation des planètes, soit de la migration de ces planètes vers l'intérieur ou l'extérieur du disque. On note Ω_P la vitesse angulaire d'une planète képlérienne, $\Omega_P(r_P)$ en orbite circulaire de rayon r_p dans le champ de gravité d'une étoile de masse M_E.

16 - Retrouver l'expression de $\Omega_P(r_P)$.

17 - Pour une telle planète sur une orbite de rayon constant r_P, exprimer le moment cinétique de la planète uniquement en fonction de r_P, M_E, m_p et G.

Des calculs trucculents permettent de montrer que le moment total exercé par le disque sur la planète s'écrit :

$$\Gamma_t = -\xi q^2 \Sigma r_P^4 \frac{GM_E}{\Delta^3}$$

où $q = \frac{m_P}{M_E}$ et où ξ est un facteur numérique de l'ordre de 1. On suppose que sous l'effet de ce moment, la planète migre et voit son rayon varier à la vitesse $\dot{r_P}$.

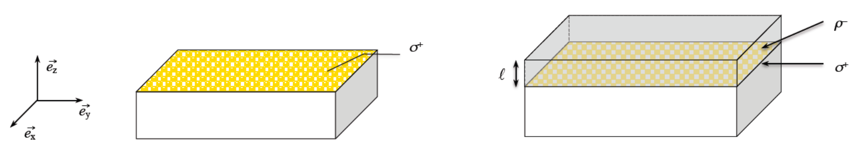
18 - On suppose que la variation de rayon est suffisamment lente pour pouvoir considérer le moment cinétique comme égal à celui déterminé précédemment. Ecrire le théorème du moment cinétique appliqué à la planète et en déduire l'équation d'évolution de r_P que l'on mettra sous la forme :

$$\dot{r_P} = -K r_P^{9/2}$$

19 - Soit une planète de rayon orbital initial r_0. Déterminer $r_P(t)$ et en déduire le temps typique de migration τ_m défini par le temps nécessaire pour voir diminuer son rayon d'un facteur 2. Commenter les dépendances de cette formule et estimer numériquement le temps de migration de Jupiter ($m_P \sim 1,9.10^{27} kg$, $r_0 = 7.10^{11} m$) à la formation du système solaire $M_E = 2.10^{30} kg$, $\Sigma = 2 kg.m^{-2}$ et $\Delta \sim 10^9 m$. Comparer au temps typique retenu pour les migration de type I, de l'ordre du million d'années et commenter la pertinence du modèle.

6 Métal recouvert par un dépôt

On considère un conducteur métallique à l'équilibre occupant le demi-espace défini par $z \leq 0$. La surface du conducteur, plan infini xOy d'équation $z = 0$, porte une répartition surfacique σ^+ positive et uniforme (Cf. schéma de gauche). On dépose sur ce plan chargé une épaisseur l d'un matériau qui possède une charge volumique ρ^-. On admet que le champ électrostatique est nul dans tout le métal, i.e. dans le demi-espace $z < 0$.



20 - Préciser la direction et les dépendances du champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ créé par l'ensemble des deux distributions de charges (surfacique σ^+ et volumique ρ^-).

21 - Etablir l'expression vectorielle du champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ créé par l'ensemble :

- en tout point M intérieur à la couche ρ^-, tel que $0 < z_M < l$
- en tout point M extérieur au métal et à la couche ρ^-, tel que $z_M > l$

22 - Quelle condition doivent vérifier σ^+ et ρ^- pour que le champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ soit nul en tout point M extérieur au métal et à la couche, tel que $z_M > l$. En supposant la condition précédente vérifiée, tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction $E(z)$ pour tout $z \in]-\infty; +\infty[$.

23 - Déterminer le potentiel électrique $V(z)$ dans la zone telle que $0 < z < l$.