EIVP - CONCOURS INTERNE - PHYSIQUE – 2024

Durée : 4 heures – Sans document ni téléphone portable - Calculatrice autorisée

– Le barème tient compte des qualités de rédaction et de présentation de la copie.

– Si un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et indique les initiatives qu'il est amené à prendre.

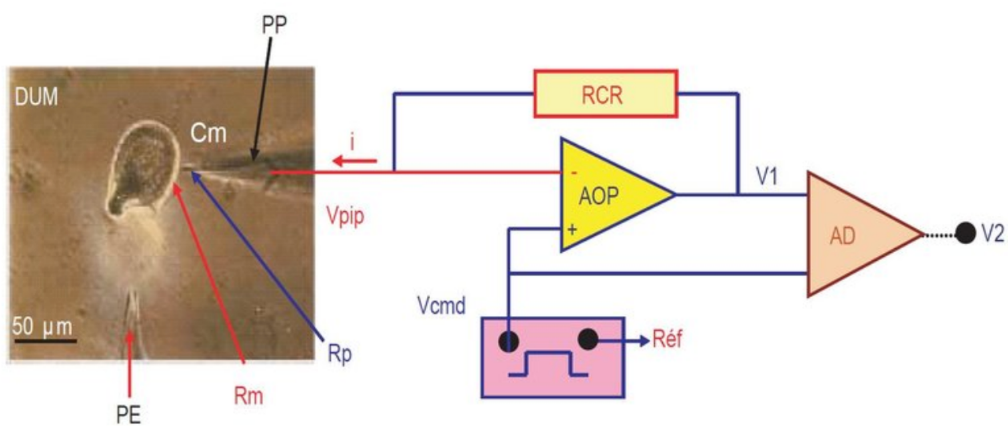
– Tout commentaire est le bienvenu, même lorsqu'il n'est pas explicitement demandé.

– Les résultats numériques seront donnés avec une précision de un chiffre significatif.

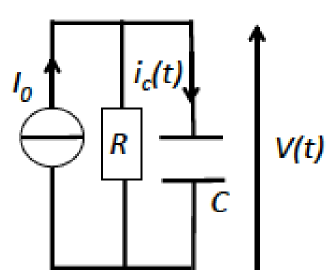
– Dans tout le sujet, *Exprimer* signifie conventionnellement *Donner l'expression littérale* et *Calculer* signifie conventionnellement *Donner la valeur numérique.*

1 Expérience simulant la dépolarisation d'une membrane cellulaire

Les progrès de la miniaturisation permettent d'étudier les propriétés électriques des membranes cellulaires pour mieux comprendre leur fonctionnement. Dans la figure ci-après, on distingue une propipette (PP), en contact avec une cellule. A l'intérieur de la propipette, des fils d'amenée de courant et des électrodes permettent de mesurer le courant qui traverse la membrane de la cellule en fonction de la différence de potentiel entre l'intérieur et l'extérieur de la cellule.



Dans une expérience de Patch-Clamp, afin d'étudier le temps de réponse typique d'une membrane, on impose un courant transmembranaire en forme d'échelon et on mesure la tension transmembranaire induite par cet échelon de valeur I_0 : à partir de $t = 0$, le courant imposé par la source idéale de courant est I_0. Pour rendre compte des résultats expérimentaux de l'expérience, on modélise la membrane par le circuit suivant.

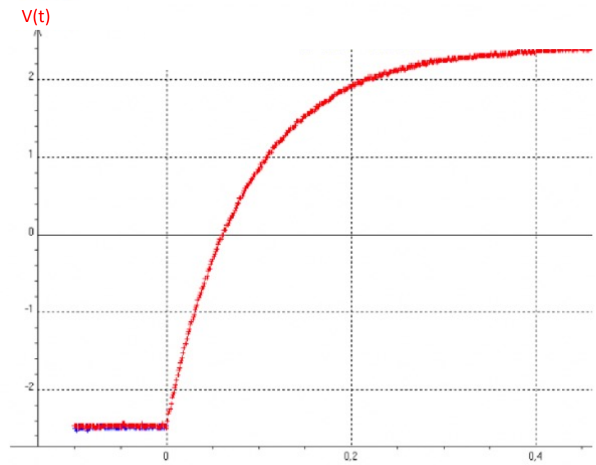


1 - Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $V(t)$ aux bornes du condensateur C.

2 - On suppose que $V(t = 0) = V_m$ au début de l'expérience. Etablir l'expression de $V(t)$. On fera apparaître un temps typique τ en fonction de R et C. Tracer l'allure de $V(t)$.

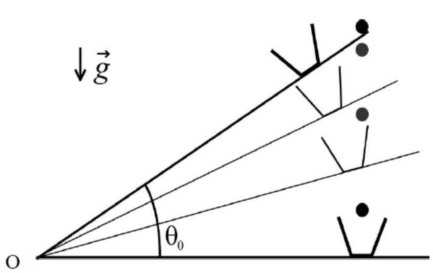
3 - Déterminer, à partir de l'expression établie précédemment, les conditions initiales : $\frac{dV}{dt}(t = 0^+)$ et $i_c(t = 0^+)$.

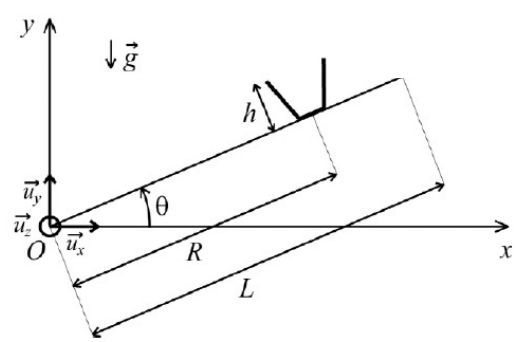
4 - A l'aide des relevés expérimentaux (tensions en V, temps en ms) figurant $V(t)$, sachant que $R \simeq 10^3\Omega$, déterminer V_m et I_0. Déterminer la valeur expérimentale de τ et en déduire la valeur de C.



2 Tomber plus vite que la chute libre

En l'absence de tout frottement, deux objets de masses différentes soumis à la gravité possèdent la même accélération : ils tombent en chute libre à la même vitesse. C'est pourquoi il est assez surprenant de voir certaines situations où une partie d'un objet tombe plus lentement ou plus vite qu'en chute libre. On considère le dispositif ci-dessous. Une planche de bois, rigide et homogène, est fixée à l'une de ses extrémités à un support fixe par une liaison pivot sans frottement. Elle tourne autour de l'axe horizontal O_z. À l'autre extrémité, un gobelet, de masse négligeable, est solidaire de la planche. Enfin, une bille est posée à l'extrémité de la planche, à côté du gobelet. Initialement, la planche est immobile et inclinée par rapport au sol horizontal d'un angle θ_0. À l'instant $t = 0$, on lâche la planche sans lui communiquer de vitesse initiale. On observe alors que, sous certaines conditions expérimentales précisées dans ce problème, le gobelet tombe plus vite que la bille et vient se positionner sous cette dernière : la bille se retrouve alors à l'intérieur du gobelet lorsque la planche touche le sol !





Situation initiale et chronogramme des chutes. Situation générique.

Les notations utilisées sont définies sur le schéma suivant. On note M la masse de la planche, m la masse de la bille, R la distance entre O et le centre du gobelet, h la hauteur du gobelet et J_{Oz} le moment d'inertie de la planche par rapport à l'axe (O_z). On néglige les frottements de l'air. On suppose qu'à l'instant initial, le contact entre la bille et la planche est rompu et qu'il n'y a plus contact avec la planche ultérieurement.

5 - Pourquoi ne peut-on pas utiliser le théorème de la résultante dynamique (ou théroème du centre d'inertie) pour déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$? Enoncer le théorème du moment cinétique appliqué à un solide en rotation autour d'un axe fixe. En déduire l'expression de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ de la planche en fonction de θ, L, M, g et J_{O_z}.

6 - En déduire que : $J_{O_z}\frac{\dot{\theta}^2}{2} = Mg\frac{L}{2}\left[sin\theta_0 - sin\theta\right]$

7 - En déduire $\dot{\theta}(\theta)$ en prenant garde au signe. En déduire que l'on peut écrire : $dt = f(\theta)d\theta$ où l'on précisera $f(\theta)$. En déduire l'expression du temps de chute de la planche $T_{planche}$ sous la forme d'une intégrale que l'on ne cherchera pas à calculer. Pour $\theta_0 = 30°$ on donne $\int_{\theta=0}^{\theta=\theta_0}\frac{d\theta}{\sqrt{sin\theta_0 - sin\theta}} \simeq 1,52\theta_0$.

8 - L'altitude de départ de la bille est notée y_0. Déterminer l'expression de y_0 en fonction de θ_0 et L. Déterminer l'expression du temps de chute T_{bille} de la bille en fonction de g et y_0. En déduire la condition pour que la planche touche le sol avant la bille.

3 Modèle de l'atome d'hydrogène

Le modèle de nuage électronique étudié ici est une orbitale 1s (un peu modifiée) définie par la fonction d'onde : $\psi = \frac{A}{r} e^{-\frac{r}{2a_0}}$ en sphériques dont l'origine est le noyau ponctuel. Cela signifie que la densité volumique de charge associée est $\rho(r) = -e\psi^2$.

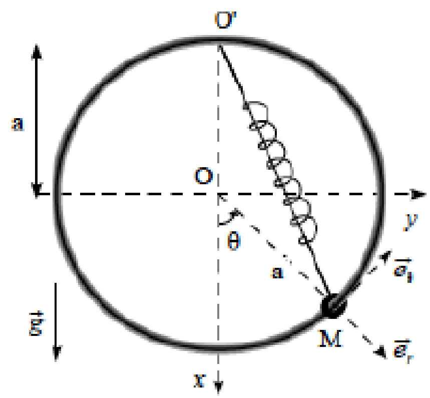
9 - Exprimer la charge dq comprise entre les boules de rayons r et $r + dr$. En déduire la charge totale dans *tout l'espace* en fonction de e, A et a_0 uniquement. En écrivant que cette charge vaut $-e$, en déduire que : $A = \frac{1}{\sqrt{4\pi a_0}}$.

10 - A l'aide d'un examen précis de la distribution de charges, déterminer la direction et les dépendances du champ électrique. Enoncer le théorème de Gauss.

11 - Exprimer le champ électrique en tout point de l'espace (attention : ne pas oublier la contribution du noyau). Comparer ce champ avec le champ du noyau et expliquer qualitativement pourquoi on dit que les électrons "écrantent" le champ du noyau.

4 Anneau en mouvement sur un cercle

Un anneau M de masse m est astreint à se déplacer sur un cercle de centre O, de rayon a. On note $(O_x, OM) = \theta$. On considère un ressort attaché par une extrémité en O' point situé au-dessus de O, à une distance a et à l'autre extrémité en M. On note $\overrightarrow{u_x}$ le vecteur unitaire descendant et on utilise la base $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta})$ orthonormée telle que $\overrightarrow{e_r}$ fait un angle θ avec $\overrightarrow{u_x}$. On note $\overrightarrow{u_y}$ le vecteur horizontal unitaire vers la droite du schéma. On note g_0 l'intensité du champ de pesanteur.



12 - A l'aide de la relation de Chasles, exprimer le vecteur $\overrightarrow{O'M}$ dans la base $\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}$, puis dans la base $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta})$. En déduire que la distance $O'M$ est donnée par : $O'M = 2acos\frac{\theta}{2}$. On utilisera le fait que $1 + cos\theta = 2cos^2\frac{\theta}{2}$. Vérifier que $\frac{\overrightarrow{O'M}}{O'M} = cos\frac{\theta}{2}\overrightarrow{e_r} - sin\frac{\theta}{2}\overrightarrow{e_\theta}$, c'est-à-dire que $\overrightarrow{O'M}$ fait un angle $\frac{\theta}{2}$ avec la direction $\overrightarrow{e_x}$

13 - Rappeler les expressions génériques de la vitesse et de l'accélération en coordonnées polaires. Simplifier ces expressions dans le cas étudié.

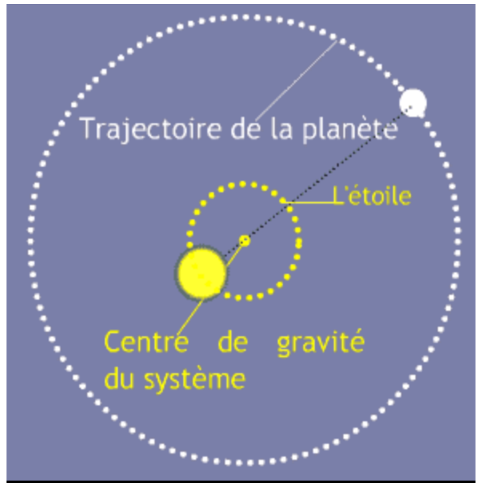
14 - Rappeler l'expression générique de la force de rappel d'un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide l_0.

15 - Projeter le principe fondamental de la dynamique sur $\overrightarrow{e_r}$ et $\overrightarrow{e_\theta}$ et en déduire l'équation différentielle vérifiée par θ.

16 - On admet que les positions d'équilibre θ_{eq} correspondent à des situations pour lesquelles l'accélération est nulle. En déduire la relation vérifiée par θ_{eq}. Vérifier que $\theta_{eq,1} = 0$ est forcément une postion d'équilibre. A quelle condition existe-t-il une autre position d'équilibre ?

5 Système à deux corps en interaction gravitationnelle

On considère le système formé par une étoile de masse M et une planète de masse m, en interaction gravitationnelle, de sorte que les deux corps effectuent un mouvement de rotation de rayons respectifs R et r à la vitesse angulaire ω_0 autour de O, le centre de masse du système, supposé immobile (ce qui implique que l'étoile E, le centre de gravité O et la planète P sont constamment alignés). On notera G la constante de gravitation universelle.



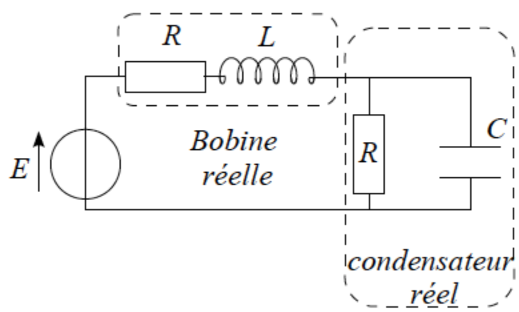
17 - On s'intéresse d'abord au mouvement de la planète en coordonnées polaires. Exprimer la vitesse et l'accélération de la planète en fonction de r, ω_0 et des vecteurs de base polaires uniquement. Rappeler la loi de gravitation universelle en prenant garde à la distance entre la planète et l'étoile et déduire de tout ce qui précède une relation entre ω_0, r, R, M et G.

18 - On s'intéresse maintenant au mouvement de l'étoile. Exprimer la vitesse et l'accélération de la planète en fonction de R, ω_0 et des vecteurs de base polaires uniquement. Toujours en prenant garde à la distance entre la planète et l'étoile, en déduire une relation entre ω_0, r, R, m et G.

19 - En déduire une relation entre m, r, M et R, ainsi que la relation : $\omega_0 = \sqrt{G\frac{(M+m)}{(R+r)^3}}$. En déduire la période T du mouvement en fonction de G, M, m et de la distance totale D entre l'étoile et sa planète. Quelle relation a-t-on ainsi généralisée ?

6 Circuit résonant réel soumis à un échelon de tension

Le montage ci-dessous modélise une bobine réelle (L, R) en série avec un condensateur réel (C, R) initialement déchargé. On suppose que la propriété suivante est vérifiée : $\tau = L/R = RC$.



20 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur lorsque le circuit est branché, à $t = 0$, sur un générateur de tension E. Mettre cette équation sous forme canonique et identifier la pulsation propre et le facteur de qualité du système.

21 - Déterminer, sans calcul, le régime permanent et vérifier sa cohérence avec la solution particulière de cette équation.

22 - Donner la forme générale de la solution de l'équation homogène si l'on suppose que le facteur de qualité vaut $Q = 3$.

23 - Déterminer $u(t = 0^+)$ et $\frac{du}{dt}(t = 0^+)$ si l'on suppose que toutes les grandeurs sont nulles à $t = 0^-$.

24 - En déduire $u(t)$ et tracer son allure.