

EIVP - CONCOURS INTERNE - PHYSIQUE – 2025

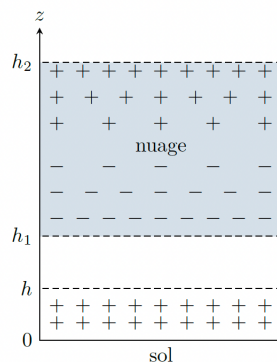
Durée : 4 heures – Sans document ni téléphone portable - Calculatrice autorisée

- Le barème tient compte des qualités de rédaction et de présentation de la copie.
- Dans tout le sujet, *Exprimer* signifie conventionnellement *Donner l'expression littérale* et *Calculer* signifie conventionnellement *Donner la valeur numérique*.
- Si un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et indique les initiatives qu'il est amené à prendre.
- Tout commentaire est le bienvenu, même lorsqu'il n'est pas explicitement demandé.

1 Nuage d'orage

On modélise un nuage situé entre les altitudes $h_1 = 2\text{km}$ et $h_2 = 10\text{km}$. On se place à proximité suffisante du centre du nuage pour pouvoir négliger les effets de bord : toutes les grandeurs sont supposées ne dépendre que de l'altitude z . On pose $h_0 = (h_1 + h_2)/2$ et $H = h_2 - h_1$. On admet que des charges négatives s'accumulent à la base du nuage et des charges positives s'accumulent au sommet : on considérera que la densité volumique de charge $\rho_n(z)$ varie linéairement de la valeur maximale $\rho_0 > 0$ au sommet du nuage à la valeur opposée $-\rho_0$ à sa base : $\rho_n(z) = \frac{2\rho_0(z-h_1)}{h_2-h_1} + \rho_0$. Pour simplifier les calculs, on pourra utiliser dans un premier temps les notations α et β tels que : $\rho_n(z) = \alpha z + \beta$.

On admet par ailleurs que la base chargée du nuage fait alors apparaître, par influence et ionisation de l'air, des charges positives dans l'atmosphère sur une hauteur $h = 500\text{m}$. On les supposera réparties uniformément avec une densité volumique $\rho_a = \rho_0$. La distribution globale (charges dans la partie basse de l'atmosphère de densité $\rho_a = \rho_0$ et charges dans le nuage de densité $\rho_n(z)$) est schématisée ci-après sur la figure de droite. **On admet enfin que le champ dans le sol (pour $z < 0$) est nul** et que l'air entre $z = h$ et $z = h_1$ n'est pas chargé. On rappelle que $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{u}_{si}$.



- 1 - Donner en les justifiant précisément la direction et les dépendances du champ $\vec{E}(M)$.
- 2 - Énoncer le théorème de Gauss.
- 3 - Proposer une surface de Gauss adéquate pour déterminer le champ électrique $\vec{E}(M)$. **On utilisera explicitement le fait que le champ dans la zone $z < 0$ est nul.** En représentant dans chaque cas la surface de Gauss utilisée, déterminer le champ électrique $\vec{E}(M)$ dans les trois domaines $0 < z < h$; $h < z < h_1$ et $h_1 < z < h_2$. Pour cette dernière zone, il est conseillé de travailler avec les notations α et β notamment pour la distribution à l'intérieur du nuage.
- 4 - Tracer l'allure de $E(z)$ dans les zones $0 < z < h$ et $h < z < h_1$. Pour la zone $h_1 < z < h_2$, sachant que le nuage est globalement neutre, que l'on dire du champ en $z = h_1$ et en $z = h_2$? Toujours pour la zone $h_1 < z < h_2$, en prenant garde au fait que $\alpha > 0$ mais que la charge à la base du nuage est négative, tracer l'allure de $E(z)$ sur le même graphe que précédemment.
- 5 - Sachant que que $E(z)$ admet un extrêimum E_{max} dans le nuage, déterminer l'altitude z_0 de la position de ce maximum en fonction uniquement de β et α , puis en fonction de h_1 et h_2 uniquement. En déduire E_{max} en fonction de ε_0 , ρ_0 , h et H uniquement.

6 - Des mesures effectuées par ballon sonde permettent de déterminer la valeur de la composante verticale du champ électrique dans l'atmosphère qui vaut jusqu'à $200kV \cdot m^{-1}$ de valeur maximale à l'intérieur du nuage. En déduire une estimation de ρ_0 en précisant bien l'unité.

7 - Rappeler la relation qui lie le champ et le potentiel. En déduire l'expression du potentiel $V(z)$ dans la zone d'espace correspondant au nuage, en prenant le potentiel nul au niveau de la base du nuage.

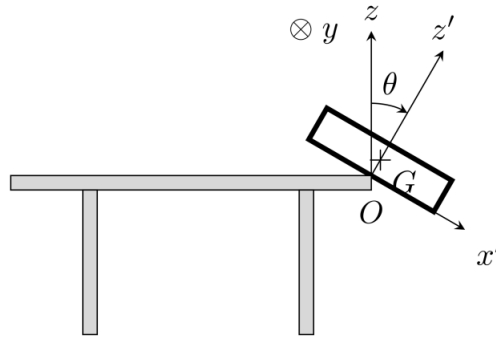
8 - En déduire la différence de potentiel entre le haut et la base du nuage, que l'on notera U .

9 - On suppose que le nuage est assimilable à un cylindre d'axe vertical, dont la base a une surface horizontale $S \simeq 10^7 m^2$. Exprimer la charge Q portée par la partie chargée positivement du nuage, c'est-à-dire pour $h_0 < z < h_2$. Calculer numériquement cette charge.

10 - Si l'on assimile le nuage à un condensateur dont les "armatures" portent des charges $+Q$ et $-Q$, exprimer la capacité C de condensateur. Rappeler l'expression de l'énergie contenue dans un condensateur de capacité C et soumis à une différence de potentiel U . Exprimer l'énergie électrostatique contenue dans le nuage. Calculer sa valeur numérique. La comparer à d'autres quantités d'énergie issues de votre culture scientifique.

2 Loi de Murphy

On modélise une tartine par un parallélépipède de masse m , de longueur $2a$ dans la direction x' , de largeur $2b$ dans la direction y et d'épaisseur $2e$ dans la direction z' initialement posée sur une table de hauteur h . Un opérateur la pousse très lentement vers le bord de la table. Quand le milieu de la tartine atteint le bord, elle entame une rotation autour de l'axe Oy . Dans un premier temps, la tartine ne glisse pas sur la table pendant la rotation. L'action mécanique de la table sur la tartine est modélisée par une réaction d'axe $\vec{R} = R_T \vec{u}_{x'} + R_N \vec{u}_{z'}$, dont O est le point d'application. Le moment d'inertie de la tartine par rapport à l'axe Oy vaut $J_y = \frac{1}{3}m(a^2 + 4e^2)$.



Jusqu'à précision du contraire, on s'intéresse uniquement à la phase de rotation de la tartine autour de O . Les directions notées respectivement z' et x' servent à construire une base polaire dont les vecteurs sont notés respectivement $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$. Donc : $\vec{u}_{x'} = \vec{u}_\theta$ et $\vec{u}_{z'} = \vec{u}_r$.

11 - Exprimer $\vec{OG}$ en fonction de e et d'un des vecteurs polaires.

12 - Soit un point M **quelconque** repéré en coordonnées polaires par les grandeurs r et θ . Retrouver les expressions en polaires des vecteurs vitesse et accélération de M .

13 - Déduire de ce qui précède les expressions cinématiques de la vitesse et l'accélération du barycentre G .

14 - Énoncer le théorème de la résultante dynamique - aussi appelé théorème du centre d'inertie. Le projeter sur les vecteurs $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$, et en déduire deux équations différentielles, l'une liant $\ddot{\theta}$, $\sin \theta$, R_T et des constantes du problème (que l'on notera (*)), et l'autre liant $\dot{\theta}$, $\cos \theta$, R_N et des constantes du problème (que l'on notera (**)).

15 - À l'aide des questions précédentes, exprimer R_T en fonction de θ et $\ddot{\theta}$ notamment ; exprimer de même R_N en fonction de $\dot{\theta}$ et $\cos \theta$ notamment.

On ne peut résoudre directement ces deux équations du mouvement. Pour cela, il est nécessaire d'obtenir deux autres équations et on utilise le théorème du moment cinétique.

16 - Exprimer le moment du poids par rapport à O . Que vaut le moment de $\vec{R}$ par rapport à O ?

17 - Énoncer le théorème du moment cinétique par rapport à un point O pour la rotation du solide autour de ce point O . En déduire une équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$ (que l'on notera (***)).

Une méthode énergétique, non étudiée ici, permet de montrer que : $\dot{\theta}^2 = \frac{6ge(1-\cos \theta)}{a^2 + 4e^2}$ (que l'on notera (***)).

18 - Dériver l'équation (***) par rapport au temps. Montrer que l'on retrouve l'équation (**).

19 - À l'aide des équations précédentes, déduire que R_T peut se mettre sous la forme : $R_T = \alpha \sin \theta$ où α est une fonction de m , g , e et a .

20 - En déduire de même que R_N peut s'exprimer en fonction de $\cos \theta$ et des constantes du problème m , g , e et a uniquement.

21 - Simplifier les expressions de R_T et R_N établies précédemment en tenant compte des dimensions réelles d'une tartine : $a \simeq 5cm$ et $e \simeq 5mm$.

22 - La loi de Coulomb du frottement solide indique que la tartine ne glisse pas tant que $|R_T| \leq f|R_N|$ où $f \simeq 1$ est le coefficient de frottement solide. Déterminer l'angle θ_0 pour lequel la tartine commence à glisser. Déterminer la vitesse angulaire $\dot{\theta}_0$ de la tartine à cet instant.

À partir de cet instant pris comme origine des temps $t = 0$, la tartine quitte la table en un temps très bref en conservant quasiment la même orientation θ_0 et la même vitesse angulaire $\dot{\theta}_0$. On suppose que la tartine ne retouche plus la table et on néglige les frottements de l'air.

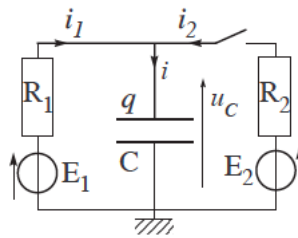
23 - Déterminer la loi horaire $z_G(t)$ une fois qu'elle a quitté la table si l'on prend $z_G(t = 0) \simeq 0$ et $\dot{z}_G(t = 0) \simeq 0$.

24 - En déduire que la tartine touche le sol à l'instant τ que l'on exprimera en fonction de h et g uniquement.

25 - On suppose que pendant la phase de vol, la vitesse angulaire de la tartine reste constante. Conclure quant au côté sur lequel va tomber la tartine avec $h = 75cm$ et $g = 9,8m/s^2$.

3 Circuit à plusieurs sources

Soit le circuit suivant :



Dans un premier temps, on se place pour des temps négatifs, pour lesquels l'interrupteur est ouvert. On suppose que le système a atteint son régime établi.

26 - Déterminer i , i_1 , i_2 et u_C .

En $t = 0$, on ferme l'interrupteur K

27 - Déterminer les grandeurs précédentes - i , i_1 , i_2 et u_C - pour $t = 0^+$, c'est-à-dire juste après la fermeture de K .

28 - Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$

29 - En déduire $u_C(t)$ en posant un temps pertinent τ . Tracer son allure.